

М.А. Мустафин, Н.К. Алмуратова*, Н.И. Даримбаева, Г.Д. Дауренова
Алматынський университет энергетіки і зв'язи ім. Г.Даукеева, Алматы, Казахстан
*e-mail: n.almuratova@aes.kz

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ЧАСТОТНО-УПРАВЛЯЕМОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ НАГРУЗКИ

Аннотация. Предлагается математическая модель частотно-регулируемого асинхронного электропривода, позволяющая исследовать электромагнитные и электромеханические процессы в электроприводе с любым приводимым механизмом. Экспериментальные или паспортные параметры нагрузки достаточно просто подготавливаются и вводятся в программу и учитываются в расчете с высокой точностью. Приведены блок-схема алгоритмов вычислений, выполненных в компьютерном приложении «Mathcad», результаты моделирования и их анализ.

В настоящее время наиболее массовыми потребителями электрической энергии являются электроприводы на базе асинхронных электродвигателей (АД). На этапах проектирования новых и модернизации существующих электроприводов с АД важное место занимает математическое моделирование объекта. Математическое описание электромагнитных и электромеханических процессов асинхронного электропривода известно давно. Так, в [1] предлагается модель асинхронного привода для центробежных механизмов с квадратичной зависимостью момента сопротивления от скорости. Авторами предлагается универсализация математической модели электропривода с целью использования ее для механизмов с любым моментом сопротивления.

Ключевые слова: математическое моделирование, асинхронный двигатель, механическая характеристика, динамические режимы, аппроксимация, энергетические показатели.

Введение. Созданная на базе компьютерного математического приложения «Mathcad» модель [1,2] является достаточно универсальной, поскольку охватывает все варианты управления АД. Путем задания необходимых начальных условий, моделируются все виды переходных процессов (пуск, останов, реверс, сброс и наброс нагрузки), различные формы задающих воздействий для их формирования.

Расчет мгновенных значений токов, моментов, мощностей сопровождается расчетом интегральных характеристик – мощностей за время переходного процесса, коэффициентов мощности и КПД. В [2] модель модернизирована с учетом несинусоидальности выходного напряжения преобразователя частоты, для чего математическая модель, предложенная в [1], дополняется уравнениями, отражающими выходные параметры и свойства источников питания. В блок-схеме добавляются два блока («Параметры преобразователя частоты» и «Расчет гармоник напряжения ПЧ»), в которых проводится гармонический анализ (рисунок 1).

Характер электромеханических процессов в электроприводе в значительной степени определяется механической характеристикой приводимого механизма (нагрузки) – зависимостью момента сопротивления от частоты вращения вала двигателя $M_c=f(\omega)$. Эти зависимости исследуются для различных типов нагрузки – неизменной активной, свойственной подъемным механизмам, реактивной, при которой направление и величина момента сопротивления в разной степени зависят от направления и частоты вращения [4].

На рисунке 1 выделены блоки расчета механической нагрузки, которые предлагается модернизировать в данной статье.

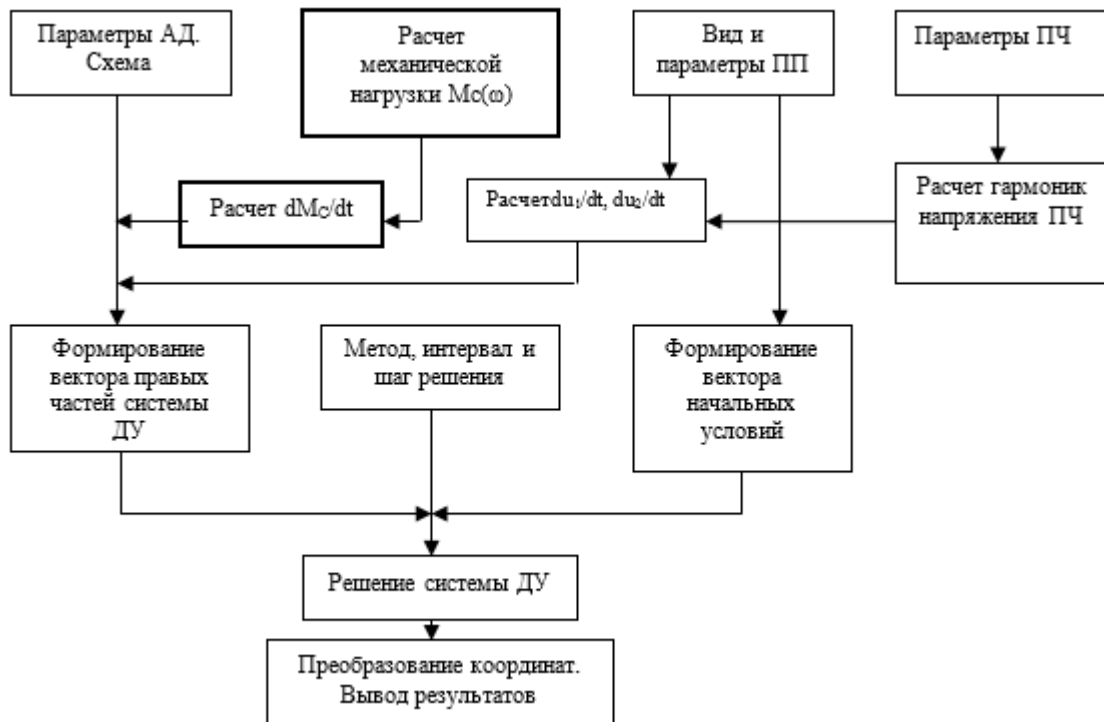


Рисунок 1. Блок – схема математической модели

Модель, описанная в [1,2], включает в себя обязательный блок электромеханических преобразований в приводе. В общем случае, электромеханические соотношения в программе рассчитываются по составляющим уравнения движения электропривода

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt}. \quad (1)$$

В (1) электромагнитный момент, развиваемый двигателем, определяется достаточно просто:

$$M = -\frac{3}{2} p_n l_m \begin{vmatrix} i_{1x} & i_{2x} \\ i_{1y} & l_{2y} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Для определения зависимости $M_c(\omega)$ приходится для каждого исследуемого механизма проводить расчет и анализ механических характеристик. Например, момент центробежного насоса M_c является достаточно сложной функцией скорости, параметров насоса и трубопровода:

$$M_c = M_{c0} + \frac{C_n H_c + \omega^2}{\omega \eta_{цн}(\omega, H_c)} \sqrt{\omega^2 - \frac{H_c}{H_o}}. \quad (3)$$

Кроме того, для численного решения системы дифференциальных уравнений привода, необходимо записать в аналитическом виде (вычислить) первую производную (значение dM_c/dt). При этом применяются различного вида упрощения и допущения, снижающие точность результатов моделирования. Так, например, зависимость (3) условно принимают квадратичной [3,4]. В [1], например, dM_c/dt рассчитывается, как

$$\frac{dM_c}{dt} = \frac{dM_c}{ds} \frac{ds}{dt},$$

где

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{1}{\omega_0} \frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{J\omega_0} \left(\frac{3p_{II}l_m}{2} (i_{1y}i_{2x} - i_{1x}i_{2y}) - M_c \right).$$

Материалы и методы исследования. Механические характеристики предоставляются заводами – изготовителями в виде таблиц или графиков. Так, в документации к каждому центробежному насосу или вентилятору производители приводят семейство рабочих характеристик – зависимостей КПД, потребляемой мощности, моментов от производительности. В случае отсутствия заводских данных, эти параметры можно получить экспериментально. В любом варианте не представляет сложности оформить данные $M_c(\omega)$ в виде массива определенной формы.

В новой модели мы предлагаем унифицировать расчет механических характеристик и их производных, сделав его применимым для любой зависимости $M_c(\omega)$. Механическая характеристика большинства механизмов представляет собой непрерывную «плавную» функцию без скачков и разрывов и, следовательно, может быть аппроксимирована полиномиальной функцией. Представление характеристик степенными полиномами определяется тем, что они с высокой точностью аппроксимируют функции единообразным образом. При этом, поскольку они содержат суммы простых членов, легко вычисляются их производные. Во всех компьютерных математических приложениях имеется ряд встроенных функций, которые позволяют упростить такое решение [5]. Предлагаем один из вариантов, использованный в разрабатываемой модели с применением приложения «Mathcad».

Пусть M_c изменяется при регулировании скорости по нелинейной зависимости, неопределенной аналитически, но представленной в виде упорядоченного массива (таблицы), полученного экспериментально или по паспортной характеристике механизма. На рисунке 2 представлены две такие характеристики, соответствующие механизму с постоянной мощностью на валу двигателя (M_{c1}) и с «вентиляторной» нагрузкой (M_{c2}).

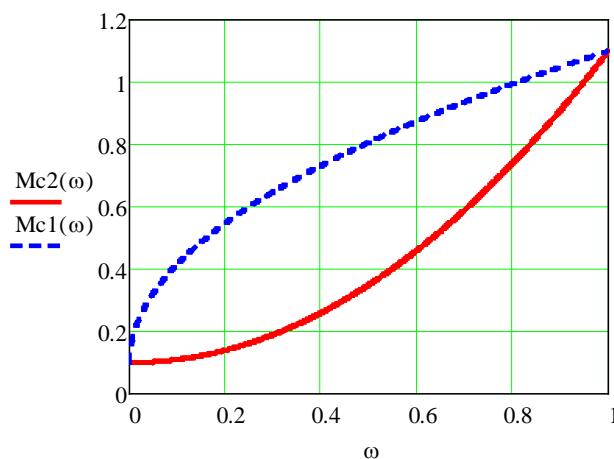


Рисунок 2. Характеристики, соответствующие механизму с постоянной мощностью на валу двигателя и с «вентиляторной» нагрузкой

В блоке «Расчет механической нагрузки» механическая характеристика, представленная в виде таблицы, преобразуется в полиномиальную регрессию вида

$$M_c(\omega) = b_0 + b_1\omega + b_2\omega^2 + \dots + b_n\omega^n \quad (3)$$

Далее рассчитывается значение $dM_p/d\omega$, которое в нашем случае имеет вид

$$dM_c(\omega)/d\omega = b_1 + 2b_2\omega + 3b_3\omega^2 + \dots + nb_n\omega^{n-1} \quad (4)$$

На рисунке 3 приведены фрагмент программы и результаты расчета в блоке «Расчет механической нагрузки» для объекта с механической характеристикой M_c1 .

```

Представление механической характеристики в виде полиномиальной регрессии (Mathcad 15)

MM1 := ( 0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1 )
      ( 0.1 0.416 0.547 0.648 0.732 0.807 0.875 0.937 0.994 1.049 1.1 )

data := MM1T  X := data<0>  Y := data<1>  n := rows(data)  k := 4

z := regress(X, Y, k)  coeffs := submatrix(z, 3, äëèâ (z) - 1, 0, 0)
coeffsT = (0.113 3.36 -7.233 8.207 -3.354)

b0 := coeffs0  b1 := coeffs1  b2 := coeffs2  b3 := coeffs3
b0 = 0.113  b1 = 3.36  b2 = -7.233  b3 = 8.207

Mp(ω) := b0 + b1·ω + b2·ω2 + b3·ω3 + b4·ω4
dMp(ω) := b1 + 2b2·ω + 3b3·ω2 + 4b4·ω3

dMp(ω) :=  $\frac{d}{d\omega} M_p(\omega)$ 
    
```

Рисунок 3. Фрагмент программы «Расчет механической нагрузки»

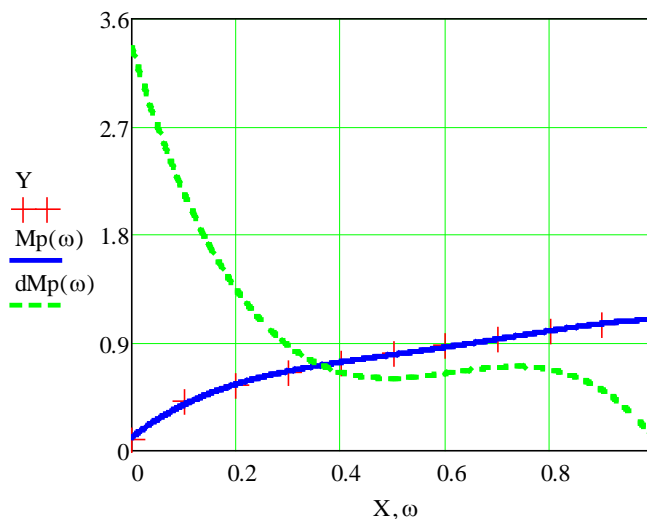


Рисунок 4. Графическая интерпретация результата

В программе зависимость $M_c(\omega)$ представлена в виде вектора $MM1$. Для решения используем встроенную в «Mathcad» программу « $regress(X, Y, k)$ », которая возвращает вектор

«coeffs», содержащий коэффициенты многочлена k -ой степени, который наилучшим образом приближает «облако» точек с координатами, хранящимися в векторах X и Y .

Графическая интерпретация результата приведена на рисунке 4. Табличные значения механической характеристики (X, Y , обозначены крестиками) с высокой точностью аппроксимируются полиномом $Mp(\omega)$. Здесь же показана вычисленная производная $dMp(\omega)$.

Для получения характеристик любого другого механизма в исходных данных программы достаточно выставить табличные данные его механической характеристики. Ниже (рисунок 5) приведены результаты расчета для механизма с «вентиляторной» нагрузкой $Mc2$.

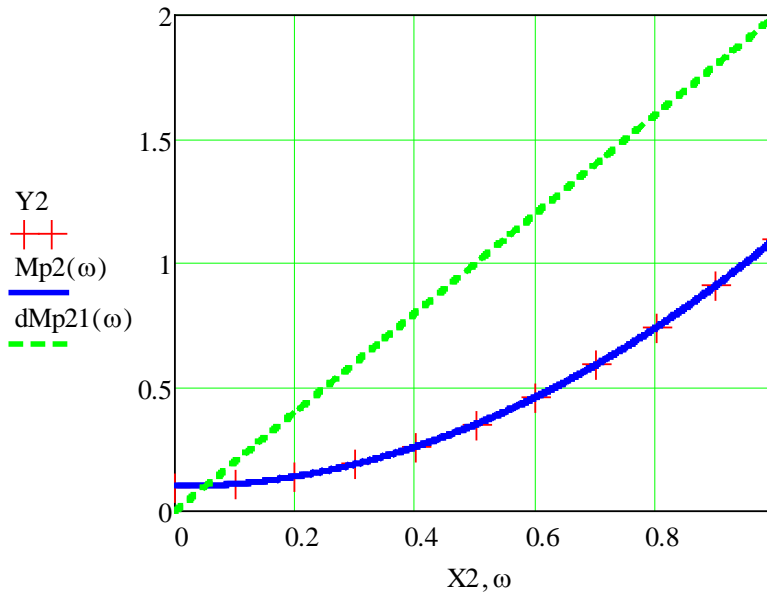


Рисунок 5. Результаты расчета для механизма с «вентиляторной» нагрузкой

Результаты работы. В соответствии с предложенными изменениями, блок решения системы дифференциальных уравнений математической модели электропривода с АД приобретает вид

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{di_{1x}}{dt} &= \frac{1}{l_1 l_2 - l_m^2} (-r_1 l_2 i_{1x} + \omega l_1 l_2 i_{1y} - \omega s l_m^2 i_{y1} + r_2 l_m i_{2x} + \omega l_2 l_m i_{2y} - \omega l_2 l_m s i_{2y} + (l_2 u_{1x} - l_m u_{2x})) \\
 \frac{di_{1y}}{dt} &= \frac{1}{l_1 l_2 - l_m^2} (-\omega l_1 l_2 i_{1x} + \omega s l_m^2 i_{1x} - r_1 l_2 i_{1y} - \omega l_2 l_m i_{2x} + \omega l_2 l_m s i_{2x} + r_2 l_m i_{2y} + (l_2 u_{1y} - l_m u_{2y})) \\
 \frac{di_{2x}}{dt} &= \frac{1}{l_1 l_2 - l_m^2} (r_1 l_m i_{1x} - \omega l_1 l_m i_{1y} + \omega s l_1 l_m i_{y1} - r_2 l_1 i_{2x} - \omega l_m^2 i_{2y} + \omega l_1 l_2 s i_{2y} + (l_1 u_{2x} - l_m u_{1x})) \\
 \frac{di_{2y}}{dt} &= \frac{1}{l_1 l_2 - l_m^2} (\omega l_1 l_m i_{1x} - \omega s l_1 l_m i_{1x} + r_1 l_m i_{1y} - \omega l_1 l_2 s i_{2x} + \omega l_m^2 i_{2x} - r_2 l_1 i_{2y} + (l_1 u_{2y} - l_m u_{1y})) \\
 \frac{ds}{dt} &= -\frac{3p_{II} l_m}{2J\omega} i_{1y} i_{2x} + \frac{3p_{II} l_m}{2J\omega} i_{1x} i_{2y} + \frac{M_C}{J\omega} \\
 \frac{dM_C}{dt} &= \left(\sum b_n s^n \right) \left(\frac{3p_{II} l_m}{2J\omega} i_{1y} i_{2x} M_H + \frac{3p_{II} l_m}{2J\omega} i_{1x} i_{2y} M_H s - \frac{M_C}{J\omega} M_H \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

На рисунках 6 и 7 приведены зависимости моментов сопротивления $Mc1(t)$ и $Mc2(t)$ при пуске АД, полученные на данной модели.

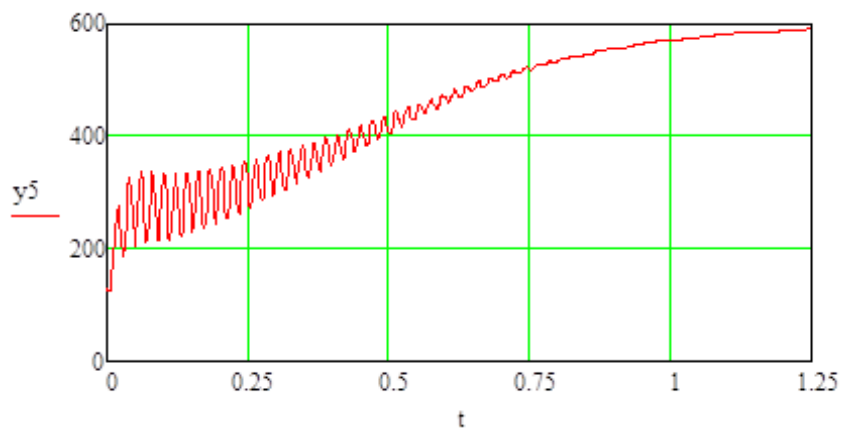


Рисунок 6. Зависимости моментов сопротивления

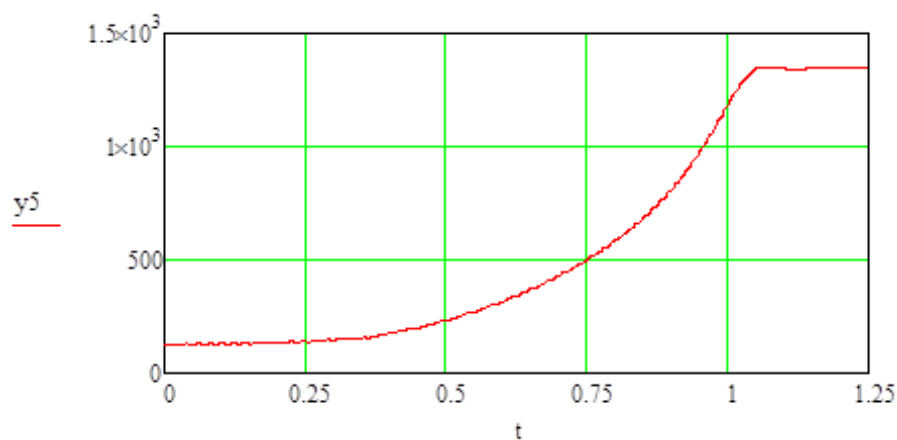


Рисунок 7. Зависимости моментов сопротивления

Кривые электромагнитных моментов АД при пуске с различными типами нагрузок, полученные на предлагаемой модели, представлены на рисунках 8,9.

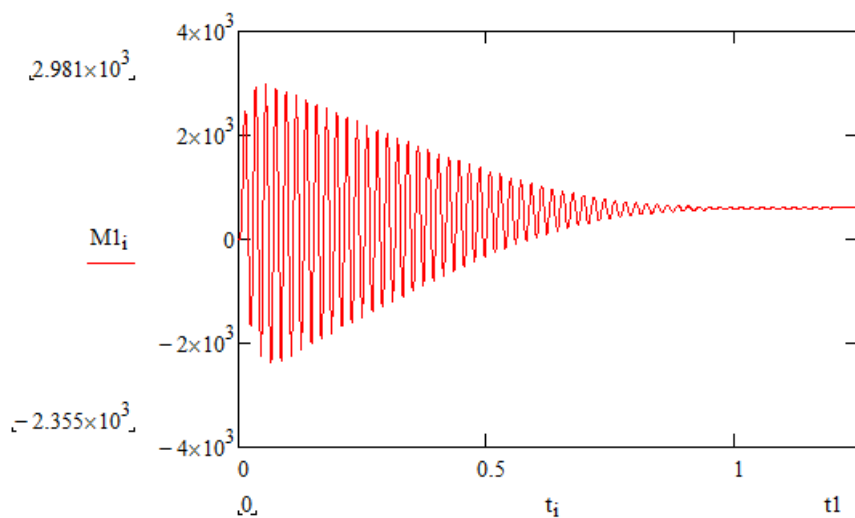


Рисунок 8. Электромагнитный момент АД при пуске с Mc1

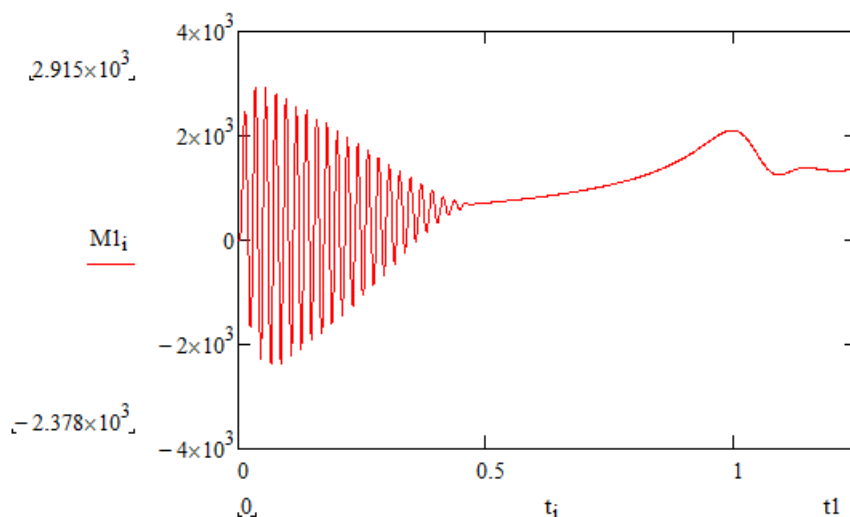


Рисунок 9. Электромагнитный момент АД при пуске с Mc2

Полученные кривые соответствуют представлениям о переходных процессах в электроприводе при моменте сопротивления механизма, зависящем о скорости вала двигателя, а также рассмотренным в статье механизмам (рисунок 2). Результаты моделирования привода с центробежной нагрузкой (рисунки 7,9) совпадают с результатами, полученными в [1] на модели асинхронного электропривода центробежного насоса.

Выводы. В результате дальнейшего развития математической модели регулируемого асинхронного электропривода, появляется возможность использования модели для исследования электроприводов механизмов с любым моментом сопротивления при минимальной подготовке данных по нагрузке. При этом достигается высокая точность представления реальной механической характеристики приводимого в движение механизма, полученного экспериментально или от предприятия – изготовителя, полиномом. Адекватность модели подтверждается сравнением результатов моделирования с ранее известными данными.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] M.Mustafin, N.Almuratova. International Journal of Pharmacy & Technology. Calculation of transient processes of electric drives of centrifugal mechanisms. IJPT| Sep-2016 | Vol. 8 | Issue No.3 | Indian.
- [2] Мустафин М.А., Алмуратова Н.К., Даримбаева Н. Моделирование частотно-регулируемого асинхронного электропривода. Вестник КазНУТУ, №6 (136), 2019г. -650-654 с.
- [3] Лезнов Б.С. Частотно-регулируемый электропривод насосных установок. М.: «Машиностроение», 2013.-176с.
- [4] Ключев В.И. Теория электропривода. -М.: Энергоатомиздат, 1985.
- [5] Дьяконов В.П. «Mathcad 8-12 для всех» Издательство: «Солон-пресс», 2005.
- [6] <https://drives.ru/novosti/leznov/>
- [7] Справочник по электрическим машинам: В 2 т/Под общей ред. Копылова И.П. и Клокова Б.К. – М.: Энергоиздат, 1988. – 405 с.
- [8] Автоматизированный электропривод промышленных установок. Под ред. Онищенко Г.Б. – М.: РАСХН, 2001.-520 с.

REFERENCES

- [1] M.Mustafin, N.Almuratova. International Journal of Pharmacy & Technology. Calculation of transient processes of electric drives of centrifugal mechanisms. IJPT| Sep-2016 | Vol. 8 | Issue No.3 | Indian.
- [2] Mustafin M.A., Almuratova N.K., Darimbayeva N. Modelirovaniye chastotno-reguliruyemogo asinkhronnogo elektropivoda. Vestnik KazNITU, №6 (136), 2019g. -650-654 s.

[3] Leznov B.S. Chastotno reguliruyemyy elektropriwod nasosnykh agregatov. М.: «Mashinostroyeniye», 2013.-176s.

[4] Klyuchev V.I. Teoriya elektropriwoda. -М.: Energoatomizdat, 1985.

[5] D'yakonov V.P. «Mathcad 8-12 dlya vseh» Izdatel'stvo: "Solon-press", 2005.

[6] <https://drives.ru/novosti/leznov/>

[7] Spravochnik po ehlektricheskim mashinam [in Russian: Handbook of Electrical Machines]. Under the general ed. I.P. Kopylova and B.K. Klokova. Moscow, ENergoizdat Publ., 1988, 405 p.

[8] Avtomatizirovannyj ehlektropriwod promyshlennykh ustanovok [in Russian: Automated electric drive of industrial installations]. Ed. G.B. Onishchenko. Moscow, RASKHN Publ., 2001, 520 p.

М.А. Мустафин, Н.К. Алмуратова*, Н.И. Даримбаева, Г.Д. Дауренова

Ғ. Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы, Қазақстан

*e-mail: n.almuratova@aes.kz

ӘР ТҮРЛІ ЖҮКТЕМЕЛЕРДІҢ ТҮРЛЕРІ ҮШІН ЖИЛІКТІ БАСҚАРЫЛАТЫН АСИНХРОНДЫ ЭЛЕКТР ЖЕТЕГІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

Андатпа. Кез-келген жетекті механизмдердегі жиілікті басқарылатын асинхронды электр жетектегінің электрмагниттік және электр механикалық үрдістерді зерттеуге мүмкіндік беретін электр жетегінің математикалық моделі ұсынылған. «Mathcad» компьютерлік қосымшасында орындалған есептеулер алгоритмдерінің блок-схемасы, модельдеу нәтижелері және оларды талдау көрсетілген.

Қазіргі уақытта электр энергиясының ең көп тұтынушылары болып асинхронды электр қозғалтқыштарына негізделген электр жетектері болып табылады. Жаңа электр жетектерін жобалау кезеңінде және қолданыстағы моделін модернизациялау кезінде маңызды орынды объектіні математикалық модельдеу алады. Асинхронды электр жетектің электрмагниттік және электрмеханикалық процестерінің математикалық сипаттамасы бұрыннан белгілі. Сонымен, [1] қарсы моментінің жылдамдыққа квадраттық тәуелділігі бар ортадан тепкіш механизмдерге арналған асинхронды жетектің моделі ұсынылған. Авторлар электр жетектің математикалық моделін кез-келген қарсылық моменті бар механизмдер үшін пайдалану үшін әмбебаптандыруды ұсынады.

Негізгі сөздер: математикалық модельдеу, асинхронды қозғалтқыш, механикалық сипаттамалар, динамикалық режимдер, энергетикалық көрсеткіштер.

M. Mustafin, N. Almuratova*, N. Darimbayeva, G. Daurenova

Almaty University of Power Engineering and Telecommunications named after G. Daukeev,

Almaty, Kazakhstan

*e-mail: n.almuratova@aes.kz

MATHEMATICAL MODEL OF ASYNCHRONOUS FREQUENCY CONTROLLED ELECTRIC DRIVE FOR DIFFERENT TYPES OF LOAD

Abstract. A mathematical model of a frequency-controlled asynchronous electric drive is proposed, which makes it possible to study electromagnetic and electromechanical processes in an electric drive with any drive mechanism. The block diagram of algorithms of calculations performed in the computer application "Mathcad", the results of modeling and their analysis are presented.

Currently, the most massive consumers of electrical energy are electric drives based on asynchronous electric motors (AM). At the design stages of new and modernization of existing electric drives with IM, an important place is occupied by mathematical modeling of the object. The mathematical description of the electromagnetic and electromechanical processes of an asynchronous electric drive has been known for a long time. So, in [1], a model of an asynchronous drive for centrifugal mechanisms with a quadratic dependence of the moment of resistance on speed is proposed. The authors propose the universalization of the mathematical model of the electric drive in order to use it for mechanisms with any moment of resistance.

Keywords: mathematical modeling, asynchronous motor, mechanical characteristics, dynamic modes, energy indicators.