УДК 517.946 https://doi.org/10.51301/vest.su.2021.v143.i1.09

А. Сакабеков, Е. Аужани
Satbayev University, Алматы, Казахстан
auzhani@gmail.com

ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Аннотация. В работе приведен вывод новой одномерной нестационарной нелинейной системы моментных уравнений, зависящей от скорости движения и температуры поверхности летательного аппарата, а также аппроксимация микроскопического условия Максвелла на подвижной границе, когда часть молекул отражается от поверхности зеркально, а часть – диффузно с максвелловским распределением. При этом макроскопические граничные условия для моментной системы уравнений зависят от четности и нечетности приближения $f_k(t,x,v)$, где $f_k(t,x,v)$ - частичная сумма разложения функции распределения молекул по собственным функциям линеаризованного оператора столкновений. Дана постановка начально-краевой задачи для системы моментных уравнений в третьем приближении при макроскопических граничных условиях Максвелла-Аужана. Для анализа аэродинамических характеристик летательных аппаратов в переходном режиме используется полное интегро-дифференциальное уравнение Больцмана, содержащее слагаемое, зависящее от скорости движения летательных аппаратов, при микроскопических граничных условиях Максвелла, зависящее от температуры поверхности летательных аппаратов.

Ключевые слова: Уравнение Больцмана, система моментных уравнений, микроскопическое условие Максвелла.

Введение. Динамика разряженного газа изучает явления, имеющие место при произвольном отношении длины пробега молекул к характерному размеру явления. Исследование таких явлений требует в общем случае учета молекулярной структуры газов. В круг задач динамики разреженных газов входят, например, задачи об обтекании летательных аппаратов, движущихся на больших высотах, о движении газов в вакуумных аппаратах и прочие задачи [1]. Основным инструментом кинетического описания газов является одночастичная функция распределения, которая удовлетворяет уравнению Больцмана. Применение кинетической теории к расчету течений разряженного газа около летательных аппаратов предполагает решение уравнения Больцмана при соответствующих граничных условиях.

Прогнозирование аэродинамических характеристик летательных аппаратов при высоких скоростях и на больших высотах является актуальной проблемой аэрокосмической техники. Они могут быть определены методами теории разряженного газа [1]. Описание разряженного газа с помощью функции распределения частиц относится к переходной области между течением сплошной среды и свободно молекулярным течением, и представляет собой не тривиальную задачу.

При расчете аэродинамических характеристик летательного аппарата в высокоскоростном потоке разряженного газа в уравнение Больцмана необходимо внести слагаемое, зависящее от скорости движения летательного аппарата, а условие на подвижной границе должно содержать параметр, зависящий от температуры поверхности летательного аппарата.

Для анализа аэродинамических характеристик летательных аппаратов в переходном режиме используется полное интегро-дифференциальное уравнение Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (c, \frac{\partial f}{\partial x}) + (U, \frac{\partial f}{\partial x}) = J(f, f),$$

где $f = f(t, x, v)$ - функция распределения частиц в пространстве по времени и скоростям, $c = v - U$- относительная скорость, $U = (U_1, U_2, U_3)$ - скорость полета летательного аппарата, $J(f, f)$- интеграл столкновений. Уравнение Больцмана изучается при соответствующих граничных условиях, которым должна удовлетворять функция распределения частиц на подвижной поверхности твердого тела. Определение граничных условий на поверхностях, обтекаемых разряженным газом, является одним из важнейших вопросов кинетической теории газов. В высотной аэродинамике важную роль играет взаимодействие газа с поверхностью обтекаемого тела [2]. Аэротермодинамические характеристики тел в потоке газа определяются передачей импульса и энергии к поверхности тела, то есть связью между скоростями и энергиями молекул, падающих на поверхность, и молекул, отраженных от нее, что является сущностью кинетических граничных условий на поверхности. Граничное условие Максвелла для решения конкретных задач более точно описывает взаимодействие молекул газа с поверхностью. Одним из приближенных методов решения начально-краевой задачи для уравнения Больцмана является моментный метод. С помощью моментного метода можно определить аэродинамические характеристики летательных аппаратов, такие как атмосферные параметры, скорость полета, геометрические параметры и тому подобное. Отметим, что в работе [3] были предложены две новые модели граничных условий: диффузно-моментная и зеркально-моментная, обобщающие известные граничные условия Черчиньяни, а в [4] были изучены аэродинамические характеристики космических аппаратов методом прямого статического моделирования (метод Монте-Карло) и различные модели взаимодействия газа с поверхностью и их влияние на аэродинамические характеристики.

Моментные методы отличаются друг от друга выбором различных систем базисных функций. Например, Грэд [5], [6] при получении моментной системы для однородного уравнения Больцмана раскладывал функцию распределения частиц по полиномам Эрмита около локального максвелловского распределения. Грэд пользовался декартовыми координатами скоростей, и моментная система Грэда содержала в качестве коэффициентов такие неизвестные гидродинамические характеристики, как плотность, температура, среднюю скорость и др. В [7]-[8] нами получена моментная система, отличающаяся от системы уравнений Грэда, при этом мы пользовались сферическими координатами скоростей и раскладывали функцию распределения в ряд по собственным функциям линеаризованного оператора столкновений [1], [9], являющимся произведением полиномов Сонина и сферических функций. Коэффициенты разложения, моменты функции распределения определялись иначе, чему Грэда. Полученная система уравнений, соответствующая частичной сумме ряда, которую мы называли системой моментных уравнений Больцмана, является нелинейной гиперболической системой относительно моментов функции распределения частиц. Дифференциальная часть полученной системы является линейной, а нелинейность входит как квадратичные формы моментов функции распределения. Квадратичные формы – моменты нелинейного интеграла столкновений – вычислены в работе [10] и выражаются через коэффициенты Тальми [11] и Клебша-Гордона [12]. В [5-8] предполагается, что движение газа происходит в ограниченной области с неподвижной границей.

В [13]-[14] получены моментные системы для пространственно-однородного уравнения Больцмана и условия представимости решения пространственно-однородного уравнения Больцмана в виде ряда Пуанкаре. Заметим, что предложенный в [13] способ (применение преобразования Фурье по скоростной переменной в изотропном случае) сильно упростил интеграл столкновений и, следовательно, вычисление моментов от интеграла столкновений. В работе [14] обобщен результат работы [13] для случая анизотропного рассеяния. В [15] приведен вывод систематической невозмущенной иерархии замкнутой системы моментных уравнений, соответствующих классической теории. Эта статья является фундаментальной работой, описывающей замкнутую систему моментных уравнений в переходном режиме.

Уравнение Больцмана эквивалентно бесконечной системе дифференциальных уравнений в частных производных относительно моментов функции распределения частиц в силу полноты системы собственных функций линеаризованного оператора. На практике ограничиваются изучением конечной системы уравнений.

Конечная система моментных уравнений для конкретной задачи с некоторой степенью точности заменяет уравнение Больцмана. Необходимо, также приближенно, заменить граничные условия для функции распределения частиц некоторым числом макроскопических условий для моментов, т.е. возникает задача постановки граничных условий для конечной системы уравнений, аппроксимирующих микроскопические граничные условия для уравнения Больцмана. Вопрос постановки граничных условий для конечной системы моментных уравнений можно разбить на две части: сколько условий надо наложить и как они должны быть получены. Из микроскопических граничных условий для уравнения Больцмана можно получить бесконечное множество граничных условий для любого типа разложения. Однако число граничных условий определяется не числом моментных уравнений, т.е. нельзя, например, брать столько граничных условий, сколько уравнений, хотя число моментных уравнений влияет на количество граничных условий. Кроме того, граничные условия должны быть согласованы с моментными уравнениями, и полученная задача должна быть корректной.

Грэд [5] описал конструкцию бесконечной последовательности граничных условий, не пытаясь согласовывать порядки аппроксимаций разложения граничного условия и разложения уравнения Больцмана. Постановка граничных условий даже для одномерной системы уравнений Грэда представляет очень трудную задачу, т.к. моментная система уравнений Грэда является гиперболической системой, причем эта система уравнений содержит в качестве коэффициентов такие неизвестные параметры, как плотность, температура, среднюю скорость и др. При этом характеристическое уравнение также зависит от неизвестных параметров и, следовательно, сформулировать граничные условия для моментной системы весьма сложно. В работе [16] обсуждены вопросы постановки граничных условий для 13-моментной системы Грэда.

В [7-8] аппроксимировано однородное граничное условие для функции распределения частиц и доказана корректность начально-краевой задачи для нестационарной нелинейной системы моментных уравнений Больцмана в трехмерной области, ограниченной неподвижной границей. Более точно, доказано существование единственного обобщенного решения начально-краевой задачи для системы моментных уравнений Больцмана в пространстве функций, непрерывных по времени и суммируемых в квадрате по пространственным переменным.

Вывод системы моментных уравнений и аппроксимация микроскопического граничного условия Максвелла

В случае течения газа около движущегося твердого тела граничные условия задаются в виде соотношения между падающими на границу частиц и частиц отраженными от границы. Если начальное распределение молекул газа известно, то дальнейшая эволюция газа описывается интегро-дифференциальным уравнением Больцмана. Тем самым задача сводится к решению начально-краевой задачи для уравнения Больцмана в области с подвижной границей. Начально-краевую задачу для одномерного нестационарного уравнения Больцмана, учитывающего скорость движения летательного аппарата при условиях Максвелла на подвижной границе будем аппроксимировать соответствующей задачей для системы моментных уравнений. Мы приведем вывод новой одномерной нестационарной нелинейной системы моментных уравнений, которая зависит от скорости движения и температуры поверхности летательного аппарата, а также аппроксимацию микроскопического условия Максвелла на подвижной границе. Проблема аппроксимации Максвелловского микроскопического граничного условия на неподвижной границе в случае нестационарного одномерного нелинейного уравнения Больцмана решена в [17]. В заключение приведем постановку начально-краевой задачи для системы моментных уравнений в третьем приближении.

Теорема существования глобального по времени решения начально-краевой задачи для 3-хмерного нелинейного уравнения Больцмана при граничных условиях Максвелла доказана в [18].

Постановка задачи. Найти решение следующей начально-краевой задачи для однородного одномерного уравнения Больцмана [1]

$$\frac{\partial f}{\partial t}+|c|\cos\theta\frac{\partial f}{\partial x}+U_3\frac{\partial f}{\partial x}=J(f,f), t\in(0,T], x\in(-a,a), c\in R_3^c \quad (1)$$

$$f|_{t=0}=f^0(x,c),(x,c)\in(-a,a)\times R_3^c \quad (2)$$

$$f^+(t,x,|c|\cos\theta)=\beta f^-(t,x,-|c|\cos\theta)+(1-\beta)\exp\left(-\frac{|c|^2}{2R\Theta}\right),$$

$$(n,c)=(n,|c|\cos\theta)>0, x=-a \text{или } x=a, \quad (3)$$

где $f\equiv f(t,x,c)$–функция распределения частиц в пространстве по скорости и времени;

$f^0\equiv f^0(x,c)$- распределение частиц в начальный момент времени (заданная функция);

$J(f,f)\equiv\int[f(c')f(c_1')-f(c)f(c_1)]\sigma(\cos\chi)dc_1d\varepsilon$– нелинейный оператор столкновений, записанный для максвелловских молекул, n- внешний единичный нормальный вектор границы, $c=v-U$.

Условие (3) является естественным граничным условием для уравнения Больцмана, которое дает возможность определить отраженную половину функции распределения f, если известна половина, соответствующая падающим частицам. Согласно условию (3) определенная часть падающих частиц отражается зеркально, а остальные частицы абсорбируются стенкой и испускаются в последующем с максвелловским распределением, соответствующим температуре стенки Θ. $\alpha^2=\frac{1}{R\Theta}$ является также функцией от времени и координат.

Формула (3) написана в предположении, что граница (стенка или поверхность) движется со скоростью U_3. $|c|\cos\theta$ скорость падающих на границу частиц, -$|c|\cos\theta$ скорость отраженных от границы частиц. Задача (1)-(3) записана в системе координат, связанной с движущейся стенкой, причем скорость движения является функцией от времени и координат, т.е. $U_3=U_3(t,x)$.

Для одномерных задач собственные функции линеаризованного оператора имеют вид [1], [9]:

$$g_{nl}(\alpha c)=\gamma_{nl}\left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right)^l S_n^{l+1/2}\left(\frac{\alpha^2|c|^2}{2}\right)P_l(\cos\theta),$$

$2n+l=0,1,2,\ldots,$

где $\gamma_{nl}=\sqrt{\frac{\sqrt{\pi}n!(2l+1)}{2\Gamma(n+l+3/2)}}$- нормировочный коэффициент, $S_n^{l+1/2}\left(\frac{\alpha^2|c|^2}{2}\right)$ - полиномы Сонина, $P_l(\cos\theta)$– полиномы Лежандра, Г – гамма функция.

Для нахождения приближенного решения задачи (1)-(3) применим метод Галеркина. Определим приближенное решение одномерной задачи (1)-(3) следующим образом:

$$f_k(t,x,c)=f_0(\alpha|c|)\sum_{2n+l=0}^{k}f_{nl}(t,x)g_{nl}(\alpha c) \quad (4)$$

$$\int_{R_3^c} \left(\frac{\partial f_k}{\partial t} + |c|\cos\theta \frac{\partial f_k}{\partial x} + U_3 \frac{\partial f_k}{\partial x} - J(f_k, f_k)\right) g_{nl}(\alpha c) dc = 0$$

$$2n + l = 0,1,2, \dots, k, (t, x) \in (0, T] \times (-a, a) \tag{5}$$

$$\int_{R_3^c} [f_k(0, x, c) - f_k^0(x, c)] g_{nl}(\alpha c) dc = 0$$

$$2n + l = 0,1,2, \dots, k, x \in (-a, a) \tag{6}$$

$$\int_{(n,c)>0} (n, c) f_{2N+1}^{+}(t, x, c)\, g_{n,2l}(\alpha c) dc - \beta \int_{(n,c)<0} (n, c) f_{2N+1}^{-}(t, x, c)\, g_{n,2l}(\alpha c) dc$$

$$-(1-\beta) \int_{(n,c)<0} (n, c) \exp\left(-\frac{|c|^2}{2RT_0}\right) g_{n,2l}(\alpha c) dc = 0$$

$$2(n + l) = 0,2, \dots, 2N, x = -a или x = a, \tag{7}$$

при $k = 2N + 1$,

$$\int_{(n,c)>0} (n, c) f_{2N}^{+}(t, x, c)\, g_{n,2l+1}(\alpha c) dc -$$

$$-\beta \int_{(n,c)<0} (n, c) f_{2N}^{-}(t, x, c)\, g_{n,2l+1}(-\alpha c) dc -$$

$$-(1-\beta) \int_{(n,c)<0} (n, c) \exp\left(-\frac{|c|^2}{2RT_0}\right) g_{n,2l+1}(-\alpha c) dc = 0,$$

$$2(n + l) + 1 = 1,3, \dots, 2N - 1, x = -a или x = a, \tag{8}$$

при $k = 2N$,

где $n = (0,0,1)$ при $x = a$ и $n = (0,0,-1)$ при $x = -a$;

$f_0(\alpha|c|) = (\alpha^2/2\pi)^{3/2} exp(-\alpha^2 c^2/2)$– локальное максвелловское распределение;

$$f_{nl}(t, x) = \int_{R_3^c} f_k(t, x, c)\, g_{nl}(\alpha c) dc, \tag{9}$$

$$f_k^0(x, c) = f_0(\alpha|c|) \sum_{2n+l=0}^{k} f_{nl}^0(x) g_{nl}(\alpha c)\, dc, \tag{10}$$

$$f_{nl}^0(x) = \int_{R_3^c} f_k^0(x, c)\, g_{nl}(\alpha c) dc. \tag{11}$$

Аппроксимация граничного условия (3) с помощью равенств (7) и (8) аналогична аппроксимации микроскопического граничного условия Максвелла при постоянном значении α.Заметим, что аппроксимация граничного условия зависит от четности или нечетности приближения k. При аппроксимации микроскопического граничного условия мы учитывали аппроксимацию уравнения Больцмана моментными уравнениями. Тем самым, порядки аппроксимации для разложения граничного условия и разложения уравнения

Больцмана согласованы. Макроскопические условия (7) и (8) были названы граничными условиями Максвелла-Аужана [17].

Равенство (5) перепишем в виде

$$\int_{R_3^c} \Big(\frac{\partial f_k}{\partial t} + |c|\cos\theta \frac{\partial f_k}{\partial x} + U_3 \frac{\partial f_k}{\partial x} - J(f_k, f_k)\, g_{nl}(\alpha c) dc =$$

$$= \int_{R_3^c} \Big\{ \frac{d}{dt}(f_k g_{nl}) + \frac{\partial}{\partial x}(|c|\cos\theta \;\; f_k g_{nl}) -$$

$$-f_k \left[\frac{d}{dt}(g_{nl}) + \frac{\partial}{\partial x}(|c|\cos\theta\, g_{nl}) \right] - J(f_k, f_k) g_{nl} \Big\} dc = 0, \qquad (12)$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_3 \frac{\partial}{\partial x}$.

Используя известные соотношения для полиномов Сонина и Лежандра [19]

$$y S_n^{\beta+1}(y) = (n+\beta+1) S_n^{\beta}(y) - (n+1) S_{n+1}^{\beta}(y),$$

$$S_n^{\beta-1}(y) = S_n^{\beta}(y) - S_{n-1}^{\beta}(y),$$

$$\mu P_l(\mu) = \frac{1}{2l+1}[(l+1)P_{l+1}(\mu) - l P_{l-1}(\mu)],$$

а также определения коэффициентов f_{nl} и γ_{nl} получим следующую систему моментных уравнений относительно коэффициентов $f_{nl}(t,x)$(здесь мы опускаем громоздкие вычисления):

$$\frac{df_{nl}}{dt} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{l}{\alpha}\left(\sqrt{\frac{2(n+l+{}^1\!/_2)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{n,l-1} - \sqrt{\frac{2(n+1)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{n+1,l-1} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{l+1}{\alpha}\left(\sqrt{\frac{2(n+l+{}^1\!/_2)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{n,l+1} - \sqrt{\frac{2n}{(2l+1)(2l+3)}} f_{n-1,l+1} \right) \right]$$

$$+ \frac{d\ln\alpha}{dt} b_1(f_{nl}) + \alpha \frac{dU_3}{dt} b_2(f_{nl}) + \frac{1}{\alpha}\frac{\partial \ln\alpha}{\partial x}\Big[(l+2n) b_3(f_{nl}) -$$

$$-2\sqrt{n(n+l+{}^1\!/_2}\, b_3(f_{n-1,l})\Big] + \frac{\partial U_3}{\partial x} b_4(f_{nl}) = J_{nl} \,,$$

$$2n + l = 0,1,2,\ldots,k, \qquad (13)$$

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + U_3 \frac{\partial}{\partial x},$$

$$b_1(f_{nl}) = (2n+l) f_{nl} - 2\sqrt{n(n+l+1/2)}\, f_{n-1,l};$$

$$b_2(f_{nl}) = \frac{(l+1)\sqrt{2}}{(2l+1)(l+2)}\sqrt{\frac{2l+1}{2l+3}}\left[-(2n+l)\sqrt{n} f_{n-1,l+1} + 2\sqrt{n(n-1)(n+l+{}^1\!/_2)} f_{n-2,l+1} \right]$$

$$- \frac{2(2n+l)\gamma_{nl}}{(2l+1)(l+2)\alpha^3}\left[2l\left((n+l+1/2) I_{n-1,l-1} - n I_{n,l-1} \right) - D_{nl} \right]$$

$$- \frac{4(n+l+1/2)\gamma_{nl}}{(2l+1)(l+2)\alpha^3}\left[2l\left((n+l-1/2) I_{n-2,l-1} - (n-1) I_{n-1,l-1} \right) - D_{1,nl} \right];$$

Для интегралов имеет место следующая рекуррентная формула

$$I_{n,l-1} = \frac{2(n+l+1/2)}{2n+l+2} I_{n-1,l-1} + \frac{1}{2n+l+2} D_{1,nl};$$

$$D_{nl} = \sum_{2N+L=0}^{k} f_{NL}(t,x) \int_{R_3^c} f_0 \left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right)^{l+1} S_n^{l+1/2}\left(\frac{\alpha^2 c^2}{2}\right) [(l+1)P_{l+1} + lP_{l-1}] \times$$

$$\times \left[-(\alpha|c|)^2 g_{NL} + (L+2N) g_{NL} - 2(N+L+1/2) \frac{\gamma_{NL}}{\gamma_{N-1,L}} g_{N-1,L}\right] d\left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right) d\mu d\varphi,$$

$$D_{1,nl} = \sum_{2N+L=0}^{k} f_{NL}(t,x) \int_{R_3^c} f_0 \left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right)^{l+1} S_n^{l+1/2}\left(\frac{\alpha^2 c^2}{2}\right) P_{l-1}(\cos\theta) \times$$

$$\times \left[-(\alpha|c|)^2 g_{NL} + (L+2N) g_{NL} - 2(N+L+1/2) \frac{\gamma_{NL}}{\gamma_{N-1,L}} g_{N-1,L}\right] d\left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right) d\mu d\varphi;$$

$$I_{n,l-1} \equiv \int_{R_3^c} f_0 \left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right)^{l+1} S_n^{l+1/2}\left(\frac{\alpha^2 c^2}{2}\right) P_{l-1}(\mu) f_k(t,x,c) d\left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right) d\mu d\varphi;$$

$$b_3(f_{nl}) = l\left(\sqrt{\frac{2(n+l+{}^1\!/_2)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{n,l-1} - \sqrt{\frac{2(n+1)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{n+1,l-1}\right) +$$

$$+(l+1)\left(\sqrt{\frac{2(n+l+{}^3\!/_2)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{n,l+1} - \sqrt{\frac{2n}{(2l+1)(2l+3)}} f_{n-1,l+1}\right);$$

$$b_4(f_{nl}) = (2n+l+1)\left[\frac{2(l+1)(l+2)}{(2l+1)(2l+3)(l+3)} \sqrt{\frac{2l+1}{2l+5}} \left(\sqrt{n(n+l+3/2)} f_{n-1,l+2} - \sqrt{n(n-1)} f_{n-2,l+2}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{1}{2l+1}\left(\frac{(l+1)^2}{2l+3} + \frac{l^2}{2l-1}\right) f_{nl} + \frac{l(l-1)\gamma_{nl}}{(2l-1)(2l+1)} I_{n,l-2} - \frac{(l+1)(l+2)\gamma_{nl}}{(2l+1)(2l+3)} \partial_{n,l+2}\right] -$$

$$-2(n+l+1/2)\left[\frac{2(l+1)(l+2)}{(2l+1)(2l+3)(l+3)} \sqrt{\frac{2l+1}{2l+5}} \left(\sqrt{n(n-1)} f_{n-2,l+2}\right.\right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{n(n-1)(n-2)}{n+l+1/2}} f_{n-3,l+2}\right) + \frac{1}{2l+1}\left(\frac{(l+1)^2}{2l+3} + \frac{l^2}{2l-1}\right) \sqrt{\frac{n}{n+l+1/2}} f_{n-1,l}$$

$$\left. + \frac{l(l-1)\gamma_{nl}}{(2l-1)(2l+1)} I_{n-1,l-2} - \frac{(l+1)(l+2)\gamma_{nl}}{(2l+1)(2l+3)} \partial_{n-1,l+2}\right],$$

$$I_{n,l-2} = \int_{R_3^c} \left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right)^{l} S_n^{l+1/2}\left(\frac{\alpha^2 c^2}{2}\right) P_{l-2}(\cos\theta) f_k dc,$$

$$I_{n,l-2}=\frac{2(n+l+1/2)}{2n+l+3}I_{n-1,l-2}+\frac{1}{2n+l+3}\partial_{n,l-2};$$

$$\partial_{n,l\pm2}=\frac{2\sqrt{2}}{(l+3)\alpha^3}\sum_{2N+L=0}^{k}f_{NL}(t,x)\int_{R_3^c}f_0\left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right)^{l+2}S_n^{l+1/2}\left(\frac{\alpha^2c^2}{2}\right)P_{l\pm2}(\mu)$$

$$\times\left[-(\alpha|c|)^2g_{NL}+(L+2N)g_{NL}-2(N+L+1/2)\frac{\gamma_{NL}}{\gamma_{N-1,L}}g_{N-1,L}\right]d\left(\frac{\alpha|c|}{\sqrt{2}}\right)d\mu d\varphi.$$

Моменты J_{nl} интеграла столкновений выражаются через коэффициенты Тальми и Клебша-Гордона следующим образом [10]

$$J_{nl}=\sum\langle N_3L_3n_3l_3:l|nl00:l\rangle\langle N_3L_3n_3l_3:l|n_1l_1n_2l_2:l\rangle\,(l_10l_20/l0)\times$$
$$\times\left(\sigma_{l_3}-\sigma_0\right)f_{n_1l_1}f_{n_2l_2},$$

$\langle N_3L_3n_3l_3:l|n_1l_1n_2l_2:l\rangle$ – обобщенные коэффициенты Тальми,

$(l_10l_20/l0)$ - коэффициенты Клебша-Гордона.

Система уравнений (13) представляет собой нелинейную гиперболическую систему уравнений относительно моментов $f_{nl}(t,x)$, так как моменты интеграла столкновений - квадратичные формы, содержащие $f_{nl}(t,x)$. Кроме того, дифференциальная часть этой системы уравнений содержит в качестве коэффициентов U_3- скорость полета летательных аппаратов и $\alpha=\sqrt{1/(R\Theta)}$, где Θ- температура поверхности летательных аппаратов. Производные по времени и пространственной переменной от скорости полета и температуры поверхности летательных аппаратов также входят в систему уравнений (13) как коэффициенты при младших членах. Система уравнений (13) отличается от системы уравнений Грэда, так как моменты функции распределения определяются иначе чем у Грэда, и системы моментных уравнений Больцмана, введенной в работе [7-8] одним из авторов данной работы. Для того, чтобы подчеркнуть отличие системы уравнений (13) от системы уравнений Грэда и системы моментных уравнений Больцмана, будем называть ее системой моментных уравнений Аужани или моментная система Аужани.

Запишем начально-краевую задачу для системы моментных уравнений (13) в третьем приближении в векторно-матричной форме. Если в равенстве (13) выражение $2n+l$ принимает значения от 0до 3, то мы получим третье приближение системы моментных уравнений. В случае системы моментных уравнений в третьем приближении мы используем граничное условие (7). Если в равенстве (7) выражение $2(n+l)$ принимает значения от 0 и 2, то мы получим по три граничных условий на левом и правом концах интервала $(-a,a)$. Введем в рассмотрения следующие векторы и матрицы (здесь мы опускаем громоздкие вычисления элементов матриц $B,C_1,\ldots,C_8$ и вектора F):

$u=(f_{00},f_{02},f_{10})',w=(f_{01},f_{03},f_{11})',$

$J_1=(0,J_{02},0)',J_2=(0,J_{03},J_{11})',$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{3}} & \frac{3}{\sqrt{5}} & -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \\ -\sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & \sqrt{\frac{5}{3}} \end{pmatrix}, B = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{\frac{2}{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} & 2\sqrt{2} & -1 \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & -1 & 3\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$F = \left(2, \frac{2}{\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right)'.$$

$$C_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -\sqrt{6} & 0 & 2 \end{pmatrix}; C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ -\sqrt{10} & 0 & 3 \end{pmatrix};$$

$$C_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4}{5\sqrt{3}} & \frac{-6\sqrt{5}}{35} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{15}} \end{pmatrix};$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{5\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{9}{7\sqrt{5}} & 0 \\ -\frac{30-2\sqrt{2}}{3\sqrt{15}} & -\sqrt{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{4}{3\sqrt{5}}\right) & \frac{5\sqrt{2}-2}{\sqrt{15}} + \frac{9+2\sqrt{6}}{4\sqrt{3}} \end{pmatrix};$$

$$C_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ {}^{4}/_{\sqrt{3}} & {}^{6}/_{\sqrt{7}} & -4\sqrt{{}^{2}/_{15}} \\ -(4+2\sqrt{3})/_{\sqrt{6}} & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$C_6 = \begin{pmatrix} 1 & {}^{2}/_{\sqrt{5}} & -\sqrt{{}^{2}/_{3}} \\ 0 & {}^{9}/_{\sqrt{5}} & 0 \\ -2\sqrt{{}^{5}/_{2}} & -2\left(\sqrt{2}+\sqrt{{}^{6}/_{5}}\right) & 5\sqrt{{}^{5}/_{3}} \end{pmatrix};$$

$$C_7 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{5\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{2\sqrt{3}}{5} & \frac{11}{7} & -\frac{2\sqrt{2}}{5} \\ -\sqrt{\frac{2}{3}} & -\frac{8}{5\sqrt{2}} & 1 \end{pmatrix}; C_8 = \begin{pmatrix} \frac{6}{5} & \frac{4\sqrt{15}}{35} & 0 \\ \frac{24}{7}\sqrt{\frac{2}{15}} & \frac{644}{315} & -\frac{24}{35}\sqrt{\frac{2}{3}} \\ -3\sqrt{\frac{2}{5}} & -\frac{8\sqrt{6}+10\sqrt{3}}{35} & \frac{12}{5} \end{pmatrix}.$$

Тогда начально-краевая задача для системы моментных уравнений (13) в третьем приближении при граничных условиях Максвелла-Аужана имеет вид

$$\frac{du}{dt}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}Aw\right)+\frac{dln\alpha}{dt}C_1u+\alpha\frac{dU_3}{dt}C_3w+\frac{1}{\alpha}\frac{\partial ln\alpha}{\partial x}C_5w+\frac{\partial U_3}{\partial x}C_7u=J_1(u,w),$$

$$\frac{dw}{dt}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}A'u\right)+\frac{dln\alpha}{dt}C_2w+\alpha\frac{dU_3}{dt}C_4u+\frac{1}{\alpha}\frac{\partial ln\alpha}{\partial x}C_6u+\frac{\partial U_3}{\partial x}C_8w=J_2(u,w),$$

$$(t,x)\in(0,T]\times(-a,a), \tag{14}$$

$$u(0,x)=u_0(x), w(0,x)=w_0(x), x\epsilon[-a,a], \tag{15}$$

$$\frac{1}{\alpha}(Aw^+-Bu^+)(t,-a)=\beta\frac{1}{\alpha}(Aw^-+Bu^-)(t,-a)+\frac{\pi}{\alpha^4}(1-\beta)F\,,t\epsilon[0,T]\,, \tag{16}$$

$$\frac{1}{\alpha}(Aw^++Bu^+)(t,a)=\beta\frac{1}{\alpha}(Aw^--Bu^-)(t,a)-\frac{\pi}{\alpha^4}(1-\beta)F\,,t\epsilon[0,T]\,, \tag{17}$$

$$J_{02}=(\sigma_2-\sigma_0)(f_{00}f_{02}-f_{01}^2/\sqrt{3})/2,$$

$$J_{03}=\frac{1}{4}(\sigma_3+3\sigma_1-4\sigma_0)f_{00}f_{03}+\frac{1}{4\sqrt{5}}(2\sigma_1+\sigma_0-3\sigma_3)f_{01}f_{02},$$

$$J_{11}=(\sigma_1-\sigma_0)(f_{00}f_{11}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}f_{10}f_{01}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}f_{01}f_{02})$$

– моменты интеграла столкновений, A' - транспонированная матрица.

Граничные условия (16)-(17) совпадают с условиями на неподвижной границе для шестимоментной системы уравнений Больцмана при постоянном значении параметра α [17]. В случае задач (14)-(17) граница движется со скоростью U_3 и параметр α зависит от времени

и координат. Требуются найти решение системы уравнений (14), удовлетворяющие начальным условиям (15) и граничным условиям (16)-(17), а также найти скорость движения и температуру поверхности летательных аппаратов.

Заключение. Грэд разложил функцию распределения частиц по полиномам Эрмита около локальной функции Максвелла. Коэффициенты разложения определяются по формуле $a^N=\frac{1}{n}\int fH^{(N)}(v)d\xi$, где $v=\sqrt{\frac{m}{kT}}c=\sqrt{\frac{m}{kT}}(\xi-u)$-относительная скорость(по отношению к средней скорости). Коэффициенты разложения функции распределения частиц по полиномам Эрмита зависят от неизвестного параметра n – момент нулевого порядка. В случае системы уравнений (13) моменты $f_{nl}(t,x)$ определяются с помощью равенства (9) и $c=v-U_3$, где U_3 - скорость полета летательных аппаратов. Следовательно, коэффициенты разложения функции распределения частиц по полиномам Эрмита и моменты $f_{nl}(t,x)$(коэффициенты разложения функции распределения частиц около локального максвелловского распределения по собственным функциям линеаризованного оператора) различаются. Кроме того, структуры системы уравнений Грэда и (13) различные. Действительно, запишем дифференциальное уравнение для $a^{(2)}$ из системы уравнений Грэда [5]

$$\frac{\partial a_{ij}^{(2)}}{\partial t}+u_r\frac{\partial a_{ij}^{(2)}}{\partial x_r}+a_{ir}^{(2)}\frac{\partial u_j}{\partial x_r}+\left(a_{ij}^{(2)}+\delta_{ij}\right)\frac{1}{RT}\frac{dRT}{dt}+\sqrt{RT}\frac{\partial a_{ijr}^{(3)}}{\partial x_r}$$

$$+\frac{\sqrt{RT}}{\rho}a_{ijr}^{(3)}\frac{\partial\rho}{\partial x_r}+\frac{3}{2RT}a_{ijr}^{(3)}\frac{\partial RT}{\partial x_r}+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}=J_{ij}^{(2)}. \tag{18}$$

В уравнений (18), $u_r u_i, u_j$ - компоненты средней скорости газа, T- температура газа, т.е. коэффициенты при $a_{ij}^{(2)}$, $a_{ijr}^{(3)}$ и их производных зависят от макроскопических характеристик газа. Теперь запишем дифференциальное уравнение для f_{02} из системы уравнений (13), соответствующее значению

$$2n + l = 2 \Rightarrow n = 0, l = 2$$

$$\frac{\partial f_{02}}{\partial t} + U_3 \frac{\partial f_{02}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\alpha}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} f_{01} + \frac{3}{\sqrt{5}} f_{03} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}} f_{11}\right)\right] + 2 f_{02} \frac{d \ln \alpha}{dt}$$

$$- \left(\frac{4}{5\sqrt{3}} f_{01} + \frac{6\sqrt{5}}{35} f_{03}\right) \alpha \frac{dU_3}{dt} +$$

$$+ \left(\frac{4}{\sqrt{3}} f_{01} + \frac{6}{\sqrt{7}} f_{03} - 4\sqrt{\frac{2}{15}} f_{11}\right) \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \ln \alpha}{\partial x} + \left(\frac{2\sqrt{3}}{5} f_{00} + \frac{11}{7} f_{02} - \frac{2\sqrt{2}}{5} f_{10}\right) \frac{\partial U_3}{\partial x} = J_{02}. \quad (19)$$

В уравнений (19) U_3 - скорость движения летательных аппаратов и $\alpha = \sqrt{1/(R\Theta)}$, где Θ - температура поверхности летательных аппаратов. Производная f_{02} по x содержит U_3 как коэффициент и производные f_{01}, f_{03}, f_{11} по x содержит $\frac{1}{\alpha}$ как коэффициент. Кроме того, производные от U_3 и α по t и x содержатся в уравнений (19) как коэффициенты при младших членах. Следовательно, система уравнений (13) и система моментных уравнений Грэда различные.

Используя соответствующую задачу для системы уравнений Грэда мы можем определить только макроскопические характеристики газа, а с помощью начально-краевой задачи для системы уравнений (13) можно определить не только макроскопические характеристики газа, но и скорость движения и температуру поверхности летательных аппаратов. Определение скорости движения и температуру поверхности летательных аппаратов с помощью (14)-(17) является обратной задачей для гиперболической системы уравнений.

1. При выводе системы моментных уравнений Больцмана функцию распределения частиц раскладывали по собственным функциям линеаризованного оператора столкновений около глобального максвелловского распределения, т.е. при постоянном значении$\alpha = \sqrt{1/(R\Theta)}$,и система моментных уравнений Больцмана зависела только от одного параметра. А в случае системы уравнений (13) обе величины α и U_3 являются функциями времени и координат и, как следствие, структуры системы уравнении (13) и системы моментных уравнений Больцмана также различны. Если в системе (13) параметр α постоянен и $U_3 = 0$, то мы получим систему моментных уравнений Больцмана [20]

$$\frac{\partial f_{nl}}{\partial t} + \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left[l\left(\sqrt{\frac{2\left(n + l + {}^1\!/_2\right)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{n,l-1} - \sqrt{\frac{2(n+1)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{n+1,l-1}\right) + \right.$$

$$\left. +(l+1)\left(\sqrt{\frac{2\left(n + l + {}^1\!/_2\right)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{n,l+1} - \sqrt{\frac{2n}{(2l+1)(2l+3)}} f_{n-1,l+1}\right)\right] = I_{nl},$$

$$2n + l = 0, 1, \ldots, k.$$

Система моментных уравнений Больцмана является частным случаем системы уравнений (13).

2. Система моментных уравнений (13) зависит от скорости полета и температуры поверхности летательных аппаратов, и граничные условия (7) и (8) зависят от температуры поверхности летательных аппаратов. Система уравнений (13) представляет собой сложную нелинейную гиперболическую систему уравнений относительно моментов функции распределения частиц. Левая часть системы уравнений (13) зависит от неизвестных параметров α и U_3, а правая часть представляет собой квадратичную форму - моменты интеграла столкновений.Кроме того, граничные условия (7) и (8) также зависят от неизвестного параметра α. Доказательство корректности начально-краевых задач для

системы уравнений (13) в различных приближениях при граничных условиях (7) или (8) является нетривиальной задачей с математической точки зрения, а определение аэродинамических характеристик летательных аппаратов, таких как параметры атмосферы, скорости полета, температуры поверхности летательных аппаратов и т.п., актуально для аэрокосмической техники.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (проект №AP08856926).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Коган М.Н. Динамика разряженного газа. –М.: Наука, 1967.– 440с.

[2] Баранцев Р.Г. Взаимодействие разряженных газов с обтекаемыми поверхностями. – М: Наука,1975. –343с.

[3] Латышев А.В., Юшканов А.А. Моментные граничные условия в задачах скольжения разряженного газа // Механ. жидкости и газа. – 2004. –№2. – С.193-208.

[4] Хлопков Ю.И., Зея Мьо Мьинт, Хлопков А.Ю. Методики решения задач высотной аэродинамики в разреженном газе // Междунар. журнал прикл. и фундаментальных исследований.– 2014. – №1. –С. 156-162.

[5] G. Grad. Kinetic theory of rarefied gases // Comm. Pure Appl. Math. – 1949. –№2. – 331p.

[6] G. Grad. Principle of the kinetic theory of gases // Handbuch der Physik. – 1958. –V. 12. – p. 205-294.

[7] A. Sakabekov. Initial-boundary value problems for the Boltzmann's moment system equations in an arbitrary approximation // Sb. Russ. Acad. Sci. Math. – 1994. –№77 (1). – p. 57-76.

[8] Сакабеков А. Начально-краевые задачи для системы моментных уравнений Больцмана. - Алматы: Научно-издательский центр "Ғылым", 2002. - 276 с.

[9] Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. – М.: Мир, 1978. – 496 с.

[10] K. Kumar, Polynomial expansions in Kinetic theory of gases // Annals of physics. – 1966. –V. 57. – p. 115-141.

[11] Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. – Л.: Наука, 1969.

[12] M. Moshinsky. The harmonic oscillator in modern physics: from atoms to quarks. – New York – London - Paris, 1960. – 152p.

[13] Бобылев А.В. Метод преобразования Фурье в теории уравнения Больцмана для максвелловских молекул // ДАН СССР. – 1975. – т.225.–№5.–С.1041-1044.

[14] Веденяпин В.В. Анизотропные решения нелинейного уравнения Больцмана для максвелловских молекул // ДАН СССР. –1981. –Т.256. – №2. –С.338-342.

[15] C.D. Levermore. Moment closure Hierarchies for Kinetic Theories // Journal of Statistical Physics. – 1996. – V.83. – No. 5/6.

[16] Баранцев Р.Г., Луцет М.О. О граничных условиях ля моментных уравнений разреженного газа // Вестник ЛГУ. – серия матем. мех. – 1969. – №1. – С.92-101.

[17] Sakabekov A., Auzhani Y. Boundary conditions for the onedimensional nonlinear nonstationary Boltzmann's moment system equations // Journal of mathematical physics. – 2014. – N55. –123507.

[18] S. Mischler, Kinetic equations with Maxwell boundary conditions // Annales scientifique de l ENS. – 2010. –N43. – fascicule 5. – p. 719-760.

[19] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука,1974. – 832с.

[20] Сакабеков А. Смешанная задача для одномерной системы уравнений Больцмана в нечетном приближении // Дифференциальные уравнения, 1992, т.28, № 5, с.с. 892-900.

REFERENCES

[1] Kogan M.N. Dinamika razrjazhennogo gaza. –M.: Nauka, 1967.– 440s.

[2] Barancev R.G. Vzaimodejstvie razrjazhennyh gazov s obtekaemymi poverhnostjami. – M: Nauka,1975. –343s.

[3] Latyshev A.V., Jushkanov A.A. Momentnye granichnye uslovija v zadachah skol'zhenija razrjazhennogo gaza // Mehan. zhidkosti i gaza. – 2004. –№2. – S.193-208.

[4] Hlopkov Ju.I., Zeja M'o M'int, Hlopkov A.Ju. Metodiki reshenija zadach vysotnoj ajerodinamiki v razrezhennom gaze // Mezhdunar. zhurnal prikl. i fundamental'nyh issledovanij.– 2014. – №1. –S. 156-162.
[5] G. Grad. Kinetic theory of rarefied gases // Comm. Pure Appl. Math. – 1949. –№2. – 331p.
[6] G. Grad. Principle of the kinetic theory of gases // Handbuch der Physik. – 1958. –V. 12. – p. 205-294.
[7] A. Sakabekov. Initial-boundary value problems for the Boltzmann’s moment system equations in an arbitrary approximation // Sb. Russ. Acad. Sci. Math. – 1994. –№77 (1). – p. 57-76.
[8] Sakabekov A. Nachal'no-kraevye zadachi dlja sistemy momentnyh uravnenij Bol'cmana. - Almaty: Nauchno-izdatel'skij centr "Ғylym", 2002. - 276 s.
[9] Cherchin'jani K. Teorija i prilozhenija uravnenija Bol'cmana. – M.: Mir, 1978. – 496 s.
[10] K. Kumar, Polynomial expansions in Kinetic theory of gases // Annals of physics. – 1966. –V. 57. – p. 115-141.
[11] Neudachin V.G., Smirnov Ju.F. Nuklonnye associacii v legkih jadrah. – L.: Nauka, 1969.
[12] M. Moshinsky. The harmonic oscillator in modern physics: from atoms to quarks. – New York – London - Paris, 1960. – 152p.
[13] Bobylev A.V. Metod preobrazovanija Fur'e v teorii uravnenija Bol'cmana dlja maksvellovskih molekul // DAN SSSR. – 1975. – t.225.–№5.–C.1041-1044.
[14] Vedenjapin V.V. Anizotropnye reshenija nelinejnogo uravnenija Bol'cmana dlja maksvellovskih molekul // DAN SSSR. –1981. –T.256. – №2. –C.338-342.
[15] C.D. Levermore. Moment closure Hierarchies for Kinetic Theories // Journal of Statistical Physics. – 1996. – V.83. – No. 5/6.
[16] Barancev R.G., Lucet M.O. O granichnyh uslovijah lja momentnyh uravnenij razrezhennogo gaza // Vestnik LGU. – serija matem. meh. – 1969. – №1. – S.92-101.
[17] Sakabekov A., Auzhani Y. Boundary conditions for the onedimensional nonlinear nonstationary Boltzmann's moment system equations // Journal of mathematical physics. – 2014. – N55. –123507.
[18] S. Mischler, Kinetic equations with Maxwell boundary conditions // Annales scientifique de l ENS. – 2010. –N43. – fascicule 5. – p. 719-760.
[19] Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike. – M.: Nauka,1974. – 832s.
[20] Sakabekov A. Smeshannaja zadacha dlja odnomernoj sistemy uravnenij Bol'cmana v nechetnom priblizhenii // Differencial'nye uravnenija, 1992, t.28, № 5, s.s. 892-900.

Ә. Сақабеков, Е. Аужани
Satbayev University, Алматы, Қазақстан
auzhani@gmail.com

БОЛЬЦМАН ТЕҢДЕУІН ӘУЕ КЕМЕСІНІҢ АЭРОДИНАМИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН АНЫҚТАУ ҮШІН ҚОЛДАНЫЛУЫ

Андатпа. Жұмыста әуе кемесінің қозғалу жылдамдығынан және әуе кемесінің бетінің температурасынан тәуелді бір өлшемді стационар емес сызықсыз момент теңдеулерінің жаңа жүйесі қорытылып шығарылған және Больцманның бір өлшемді стационар емес сызықсыз теңдеуі үшін қойылған әуе кемесінің бетінің температурасынан тәуелді Максвеллдің микроскопиялық шекаралық шарты аппроксимацияланған. Максвеллдің микроскопиялық шекаралық шартын аппроксимациялау моменттік теңдеулер жүйесін $f_k(t,x,v)$ жуықтаудың жұптығы мен тақтығына тәуелді болады, $f_k(t,x,v)$ молекулаларды үлестіру $f(t,x,v)$ функциясының сызықты соқтығысу операторының өзіндік функциялары арқылы Фурье қатарына жіктелуі. Максвелл-Аужан макроскопиялық шекаралық шарттарын қанағаттандырытын моменттік теңдеулер жүйесінің үшінші жуықтауы үшін бастапқы шекаралық есептің тұжырымдамасы келтірілген. Әуе кемелерінің аэродинамикалық сипаттамаларын көшпелі режимде талдау үшін Максвеллдің әуе кемесінің бетінің температурасынан тәуелді микроскопиялық шекара шартын қанағаттандырытын және әуе кемесінің қозғалу жылдамдығынан тәуелді Больцманның толық интеграл-дифференциалды теңдеуі қолданылады.

Негізгі сөздер: Больцман теңдеуі, моменттік теңдеулер жүйесі, Максвеллдің микроскопиялық шекаралық шарты.

A. Sakabekov, Y. Auzhani
Satbayev University, Almaty, Kazakhstan
auzhani@gmail.com

APPLICATION OF THE BOLTZMANN EQUATION FOR DETERMINING THE AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF AIRCRAFTS

Abstract. In this paper we present the derivation of new one-dimensional non-stationary nonlinear system of moment equations and an approximation of the microscopic boundary condition when part of molecules reflect from the surface specularly and part diffusive with Maxwell's distribution. Macroscopic boundary conditions for the system of moment equations depend on the evenness and oddness of the approximation$f_k(t,x,v)$, where $f_k(t,x,v)$is the partial sum of expansion of the distribution function of molecules $f(t,x,v)$ into eigenfunctions of the linearized collision operator. The formulation of the initial and boundary value problem for the system of moment equations in the third approximation under the Maxwell-Auzhan macroscopic boundary conditions is given. To analyze aerodynamic characteristics of aircraft in transient regime was used complete integro-differential Boltzmann equation, which contains a term depending on the moving speed of aircraft, and under Maxwell's microscopic boundary conditions, depending on the surface temperature.

Keywords: Boltzmann's equation, system of moment equations, Maxwell's microscopic boundary condition