

¹С. Тасанбаев, ²К. Арыстанбаев, ²А. Умаров

¹Евразийский Национальный Университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

²Южно-Казахстанская медицинская академия, Шымкент, Казахстан

e-mail: 201ukgu@mail.ru

РАЗРАБОТКА СУБОПТИМАЛЬНОГО МЕТОДА СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация. Вычисление следа информационной матрицы Фишера в настоящей работе производится в терминах функций чувствительности выходных переменных. Существенно, что вычисление соответствующих функций чувствительности производится в контуре обратной связи, что приводит к применению метода динамического программирования, отличающегося от стандартной схемы. Различие заключается в необходимости решения системы линейных алгебраических уравнений при синтезе управляющей последовательности. Применение такой схемы синтеза управлений в работе обосновано, а также получены необходимые и достаточные условия существования и единственности решения указанной системы. Распределение энергии идентифицирующих сигналов между более и менее важными параметрами модели варьируется путем изменения весовых коэффициентов. Предложено на управляющую последовательность, синтезируемую на основе принципа детерминированной эквивалентности наложить дополнительное ограничение на след информационной матрицы Фишера.

Ключевые слова: Идентификация, алгоритм, управление, матрица, Фишер.

Введение. Для большого количества практически важных задач управления в технических отраслях, экономике, естественных и других науках характерна неполнота имеющейся априорной информации в знании свойств объекта управления и действующих на него возмущениях. Кроме того, имеющаяся информация в силу разных обстоятельств со временем может устаревать. Это обстоятельство приводит к тому, что построенные в таких условиях математические модели объекта управления и возмущений, несовершенны, поэтому не позволяют с необходимой точностью оценить влияние управляющих воздействий на процесс и привести его к требуемому режиму.

Для достижения заданного качества управления в таких условиях необходимо в процессе управления создавать условия для получения новой информации об объекте управления и среде, в которой он функционирует. Эту двойственную природу управляющих воздействий впервые отметил Фельдбаум А. А. [1], который указал, оптимальное управление помимо приведения объекта к заданному режиму должно способствовать созданию условий для извлечения новой информации. Теория дуального управления, дает оптимальное решение этой проблемы, но реализация его во многих практически важных случаях принципиально весьма сложна.

В этой связи весьма актуальной задачей является разработка подходов, позволяющих получить субоптимальное решение, обладающее требуемыми свойствами, но более приемлемое для практической реализации. В рамках такого направления весьма важной является проблема оценки количества информации, производимой в системе управления с обратной связью. А также использование полученных соотношений для разработки алгоритмов обеспечивающих уменьшение имеющейся неопределенности, в той мере, в какой это требует оптимизация критерия качества управления, но более приемлемых с практической точки зрения.

Методы. Рассмотрим задачу управления системой [1], состоящую в синтезе в момент времени k управляющей последовательности, минимизирующей следующий критерий качества:

$$J = M\{\sum_{j=k}^{k+N-1} [x^T(j+1)Q(j+1)x(j+1) + u^T(j)R(j)u(j)]\}, \quad (1)$$

где $Q(j+1)$ и $R(j)$ – симметрические, положительно определённые матрицы соответствующих размерностей;

N – положительное целое число, длина интервала управления.

Управляющая последовательность, минимизирующая критерий (1), будет определяться на основании принципа детерминированной эквивалентности, предполагающего решение задачи синтеза при замене всех неизвестных случайных переменных на их текущие условные оценки. Такое управление, как известно [2], не обладает дуальным эффектом [3] и не может способствовать изучению объекта. Поэтому модифицируем управление путем введения аддитивной составляющей, обеспечивающей эффект зондирования, и позволяющей решить проблемы идентифицируемости в замкнутом контуре управления, а также сделает возможным целенаправленное влияние на поступление новой информации об объекте [4-8].

Определим управляющую последовательность в виде:

$$u(j) = u^{ДЭ}(j) + (-1)^j \cdot \delta_i, \quad j = k, \dots, N-1, \quad (2)$$

$$\delta_i = \delta, i = k, \dots, N-2; \quad \delta_{N-1} = 0.$$

где $u^{ДЭ}(j)$ – управляющая последовательность, определяемая с привлечением принципа детерминированной эквивалентности для критерия (1) и системы, в которой используются текущие оценки параметров модели и случайные переменные заменены на их математические ожидания, а для решения задачи синтеза управлений применяется метод динамического программирования.

δ – амплитуда тестового приращения.

Такая разновидность тестовых сигналов для идентификации привлекательна тем, что их корреляционные свойства близки свойствам белого шума, что гарантирует ряд преимуществ. Определим управляющую последовательность в виде:

$$u(j) = u^{ДЭ}(j) + \delta_i \cdot \xi(j), \quad j = k, \dots, N-1,$$

$$\delta_i = \delta, i = k, \dots, N-2; \quad \delta_{N-1} = 0.$$

где $\xi(j)$ – псевдослучайная последовательность с заданными параметрами.

В двух последних выражениях для управляющих последовательностей задано $\delta_{N-1} = 0$, потому что идентифицирующее приращение в момент времени $N-1$ должно быть равным нулю, т. к. информация для момента времени N не требуется. Или, другими словами, риск изучения должен быть отсутствовать.

В соответствии с методом Монте – Карло неизвестные параметры $\theta = [\theta_1 \theta_2]^T$ и помеха $w(k)$ будут генерироваться с помощью источника нормально распределенных случайных чисел с параметрами распределения $N(\bar{\theta}, \Sigma^{\theta\theta})$ и $N(0, G_w)$, т. е. со средними $\bar{\theta}$ и 0 и ковариациями $\Sigma^{\theta\theta}$ и G_w , соответственно. Начальные условия для вектора параметров x_0 сгенерированы в соответствии с нормальным законом распределения с параметрами $\bar{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$, $G_x = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 \\ 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$.

Результаты имитационного моделирования. При решении поставленной задачи было сделано по 20 реализаций для каждого из трех алгоритмов [9-11], результаты которых сведены в таблицу 1. В процессе моделирования исследовалось влияние алгоритмов на такие показатели как след информационной матрицы Фишера, взвешенные суммарные затраты на

управление, значения критерия качества. Для каждого из показателей были вычислены средние арифметические значения и их дисперсии.

Для алгоритмов с идентифицирующим приращением амплитуда последних варьировалась, что обеспечило соответствующие значения следа информационной матрицы Фишера. Далее при постановке задачи разработанного алгоритма в ограничении [1] значения параметра δ были заданы исходя из значений следа информационной матрицы Фишера, достигнутых в двух других алгоритмах. После чего было определено в результате применения численной процедуры соответствующее значение множителя Лагранжа λ , для которого были выполнены 20 реализаций по методу Монте – Карло так, как это было описано выше. Результаты экспериментов были обработаны так же как для двух других алгоритмов. Такой подход делает возможным сравнение всех алгоритмов в одинаковых условиях в смысле обеспечиваемого значения следа информационной матрицы Фишера, и, следовательно, достижимой точности оценивания идентифицируемых параметров модели объекта. Таким образом, анализ таблицы 1 позволит определить за счет каких ресурсов управляющих последовательностей были обеспечены одинаковые условия для идентификации.

Таблица 1

Алгоритм 1	δ	1	2	3	4	5
	След ИМФ	477	602	629	712	733
	Суммарная энергия управления	14,1	14,4	14,6	15,0	16,4
	Значение критерия качества	99	102	103	104±	105
Алгоритм 2	δ	1	2	3	4	5
	След ИМФ	529	543±90	573±132	828±157	960±158
	Суммарная энергия управления	14,6	15,2	16,6	18,6	19,8
	Значение критерия качества	109	112±40	114	117	124
Алгоритм 3	λ	0,132	0,225	0,375	0,414	0,559
	След ИМФ	567	619	697±100	813	971
	Суммарная энергия управления	16,3	17,8	18,3	19,3	21,4
	Значение критерия качества	101	102	104	106	124

Для первых двух алгоритмов параметр δ был использован для того, чтобы варьировать амплитуду идентифицирующего приращения. Из таблицы видно, что при больших значениях параметра δ суммарная энергия управления выше, и, как следствие, был обеспечен более высокий темп поступления информации (следа информационной матрицы Фишера). В целом показатели второго алгоритма несколько выше, чем у первого. Кроме того, статистические свойства псевдослучайного идентифицирующего приращения (близость к характеристикам белого шума) более благоприятны для идентификации. Значительно больший разброс характеристик второго алгоритма, проявившийся в виде значений среднеквадратического отклонения, объясняется тем, что на процесс его имитационного моделирования оказывают

воздействие два источника случайных сигналов. Это аддитивный шум в модели объекта управления, а также имитатор белого шума - псевдослучайный сигнал, используемый в качестве идентифицирующего приращения.

Обсуждение. Из рассмотрения таблицы 1 видим, что при одинаковых характеристиках идентифицирующего приращения в первых двух алгоритмах обеспечиваемые значения следа информационной матрицы Фишера близки. При имитации работы третьего алгоритма задаваемое значение параметра γ было установлено равным достигнутым значениям следа информационной матрицы Фишера для двух первых алгоритмов, после чего имитационное моделирование запускалось. По третьей строке таблицы видим, что при сравнимых значений следа информационной матрицы Фишера для всех алгоритмов, суммарная энергия управления у третьего алгоритма ниже, чем у первых двух. Это характерно для третьего алгоритма благодаря тому, что синтез управляющей последовательности производится в структуре цепи обратной связи, регулировать оптимальным образом распределение энергии управляющей последовательности между достижением цели управления и воздействием на функции чувствительности с целью приведения их к заданному значению.

Необходимо отметить, что первые два алгоритма достаточно широко применяются благодаря своим возможностям. Во – первых, при их использовании обеспечиваются условия идентифицируемости, во – вторых, их корреляционные свойства близки к характеристикам белого шума. Однако в этих алгоритмах вопрос подбора параметров идентифицирующего приращения, определяющего его свойства, неоднозначен и представляет самостоятельную задачу. В то же время в третьем алгоритме параметр ограничения на след информационной матрицы Фишера может задаваться исходя из требуемого значения суммы дисперсий оценок коэффициентов модели объекта.

При имитационном моделировании третьего алгоритма задание параметра γ производилось исходя из значений желаемого следа информационной матрицы Фишера, полученного для первых двух алгоритмов. Далее численно решалась задача условной оптимизации средствами пакета Матлаб. Полученные значения параметра λ использовались для имитации работы третьего алгоритма. Результаты 20 реализаций были обработаны и внесены в таблицу. Из ее рассмотрения видно, что показатели третьего алгоритма выше, чем у двух других. Кроме того, третий алгоритм имеет важное преимущество – с путем задания весов в матрице W есть возможность для более значимых параметров модели перераспределить энергию управлений с тем, чтобы соответствующие элементы информационной матрицы Фишера получили бы большие значения.

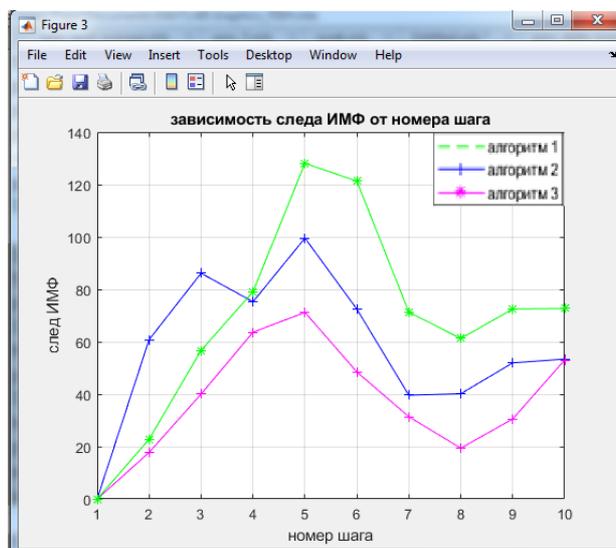


Рисунок 1. Зависимость следа ИМФ от номера шага

На рисунке 1 представлены графики зависимостей амплитуд управляющих воздействий от номера шага для представленных выше трех алгоритмов. Суммарные мощности каждого из алгоритмов приведены в таблице.

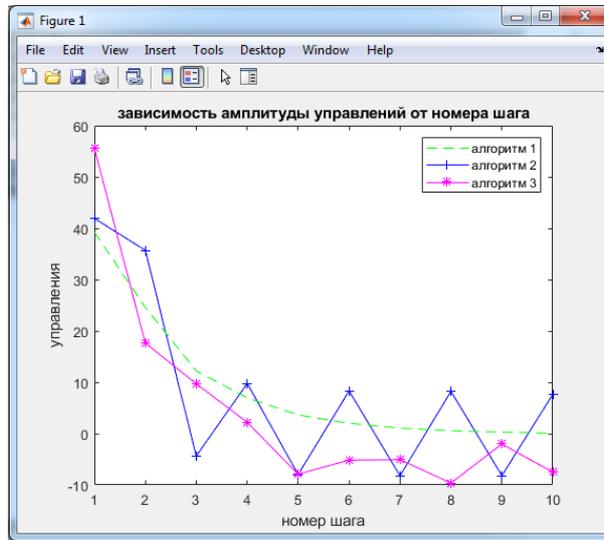


Рисунок 2. Зависимостей амплитуд управляющих воздействий от номера шага

Как это следует из рисунка 2, алгоритмы 1 и 2 имеют серьезный недостаток – так как это заложено в алгоритмах, величина идентифицирующих приращений в них постоянна и не зависит от номера шага интервала управления. Это не вполне логично, так как к концу интервала управления уже накапливается определенное количество информации, которая может быть использована на уточнение текущих оценок параметров модели. Уточнение оценок параметров делают возможным более точное приведение объекта управления к требуемому режиму, повышение или сохранение темпа получения новой информации не вполне оправдано. Поэтому было бы целесообразно к концу интервала изменить соотношение между целями управления и изучения в сторону уменьшения затрачиваемых ресурсов на цели идентификации.

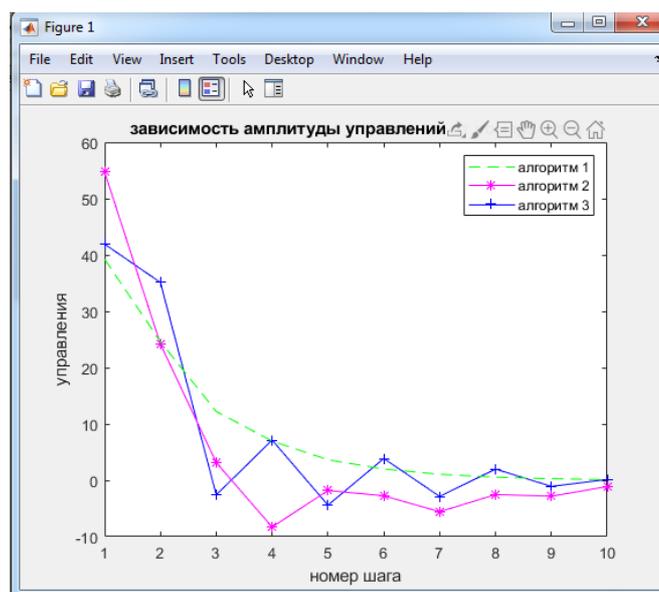


Рисунок 3. Зависимость амплитуды управления

Из ее рассмотрения видим (рисунок 3), что суммарная мощность алгоритма 1 и алгоритма 2, как и ожидалось, уменьшились, но суммарная мощность третьего алгоритма по – прежнему ниже, чем у двух других, но разница несколько уменьшилась. Значения критериев качества алгоритма 1 и алгоритма 2 также уменьшились, но значительно выше, чем у алгоритма 3. Это объясняется тем, что алгоритм 3 распределяет энергию управляющих воздействий между рисками действия и изучения субоптимальным образом, но делает это лучше, чем два других. Кроме того, среднеквадратическое отклонение показателей для алгоритма 2 существенно больше, чем у двух других. Это обстоятельство является следствием того, что в алгоритме 2 присутствует имитатор белого шума - псевдослучайная переменная, которая отсутствует в двух других алгоритмах.

Выводы. Решена задача управления линейной системой с квадратическим критерием качества, модель которой содержит неизвестные параметры. Для целенаправленного обеспечения поступления новой информации об объекте предложено на управляющую последовательность, синтезируемую на основе принципа детерминированной эквивалентности наложить дополнительное ограничение на след информационной матрицы Фишера. Поставленная задача решена методом динамического программирования, получены условия существования и единственности управляющей последовательности. Качество и свойства разработанного алгоритма исследовано с помощью метода статистического моделирования. Результаты имитационного моделирования в сопоставлении с другими известными подходами показали эффективность и гибкость алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Тасанбаев С.Е., Есилова А.М., Арыстанбаев К.Е. Проблемы синтеза управляющей последовательности в условиях неопределенности// Материалы за XV международна научна практична конференция «Бъдещето въпроси от света на науката» : София - 2019. –С.44-51.
- [2] Фельдбаум А. А. Теория дуального управления. Автоматика и телемеханика, 1960, т. 21, №9, стр. 1240 – 1249; №11, стр. 1453 – 1464; 1961, т. 22, №1, стр. 3 – 16; №2, стр. 129 – 142.
- [3] Я. Бар – Шалом, Э. Ци. Концепции и методы стохастического управления. В кн. Фильтрация и стохастическое управление в динамически системах. Под ред. К. Т. Леондеса. М, Мир, 1980, с. 74 – 122.
- [4] Чубич В. М. Активная параметрическая идентификация стохастических динамических систем на основе планирования экспериментов. дисс. на соискание ученой степени доктора технических наук. Новосибирск, 2013.
- [5] Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
- [6] Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. – 432 с.
- [7] Цыпкин Я. З. Информационная теория идентификации. М.: Наука. Физматлит, 1995. — 336 с.
- [8] R.K.Mehra. Optimal Input Signals for Parameter Estimation in Dynamic Systems-Survey and New Results. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol-19,6,1974, pp.753-768.
- [9] Горский В. Г., Адлер Ю. П., Талалай А. М. Планирование промышленных экспериментов (модели динамики). М. :Металлургия,1978,112с.
- [10] N.M.Filatov, H.Unbehauen. Survey of adaptive Dual Control Methods. IEE Proc. Control Theory Appl. Vol.147, №1, 2000, pp.118-128.
- [11] A.A.Lopes-Toledo. Optimal Policies for Identification of Stochastic Linear Systems. IEEE Trans. AC-20 (6), pp.754-766.
- [12] C.S.Padilla, J.B.Cruz. Sensitivity Adaptive Feedback with Estimation Redistribution. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol-AC-23,3,pp.445-451.

¹С.Тасанбаев, ²К. Арыстанбаев, ²А.Умаров

¹Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-сұлтан, Қазақстан

²Оңтүстік Қазақстан медицина академиясы, Шымкент, Қазақстан

e-mail: 201ukgu@mail.ru

БАСҚАРУ АЛГОРИТМДЕРІН СИНТЕЗДЕУДІҢ СУБОПТИМАЛДЫ ӘДІСІН ЖАСАУ

Андатпа. Осы жұмыста Фишердің ақпараттық матрицасының ізін есептеуі шығыс айнымалыларының сезімділік функциялары тұрғысынан жүзеге асырылады. Сезімділіктің тиісті функцияларын есептеуі кері байланыс тізбегінде жүзеге асырылады, бұл стандартты схемадан өзгеше динамикалық бағдарламалау әдісін қолдануға әкеледі. Айырмашылығы басқару тізбегін синтездеу кезінде сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешу қажеттілігінде жатады. Жұмыста мұндай басқару синтезінің схемасын қолдану негізделген, сонымен қатар осы жүйенің шешімінің болуы мен бірегейлігі үшін қажетті және жеткілікті жағдайлар алынды. Модельдің маңызды немесе аз маңызды параметрлері арасында сәйкестендіру сигналдарының энергиясын бөлуі салмақ коэффициенттерін өзгеру арқылы өзгереді. Фишердің ақпараттық матрицасының ізіне қосымша шектеу қою үшін детерминистік эквиваленттік принцип негізінде синтезделген басқару тізбегі ұсынылады.

Кілттік сөздер: сәйкестендіру, алгоритм, басқару, матрица, Фишер.

¹S.Tasanbaev, ²K.Arystanbayev, ²A.Umarov

¹Eurasian National University named after L.N. Gumilyov, Nur-Sultan, Kazakhstan

²South Kazakhstan Medical Academy, Shymkent, Kazakhstan

e-mail: 201ukgu@mail.ru

DEVELOPMENT OF A SUBOPTIMAL METHOD FOR THE SYNTHESIS OF CONTROL ALGORITHMS

Abstract. The computation of the trace of the Fisher information matrix in this work is carried out in terms of the sensitivity functions of the output variables. It is essential that the computation of the corresponding sensitivity functions is performed in a feedback loop, which leads to the application of a dynamic programming method that differs from the standard scheme. The difference lies in the need to solve a system of linear algebraic equations in the synthesis of the control sequence. The use of such a control synthesis scheme in the work is justified, and necessary and sufficient conditions for the existence and uniqueness of the solution of the specified system are obtained. The distribution of the energy of identification signals between more and less important parameters of the model is varied by changing the weighting factors. It is proposed to impose an additional constraint on the trace of Fisher's information matrix on the control sequence synthesized on the basis of the principle of deterministic equivalence.

Key words: Identification, algorithm, control, matrix, Fisher.