ӘОЖ 517.911 https://doi.org/10.51301/vest.su.2021.i5.07

А.Х.Ануарбекова*, Р.С.Ысмагул
А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай, Қазақстан
*e-mail: aikostanay@mail.ru

ҚАЗІРГІ МАТЕМАТИКАДАҒЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ТЕОРИЯСЫНЫҢ РӨЛІ ЖӘНЕ ОНЫҢ ҚОСЫМШАСЫ

Андатпа. Мақалада қазіргі математикадағы дифференциалдық теңдеулер теориясының рөлі және оның қосымшасы туралы айтылған.

Оның қазіргі заманғы математика ғылымындағы орнын сипаттау үшін, ең алдымен, математиканың екі кең саласы: қарапайым дифференциалдық теңдеулер теориясы және дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер теориясынан тұратын дифференциалдық теңдеулер теориясының негізгі ерекшеліктерін атап көрсеткен.

Бұл теорияның бірінші ерекшелігі оның қосымшалармен тығыз байланысы. Дифференциалдық теңдеулер теориясы бірінші кезекте математика жаратылыстану ғылымының ажырамас бөлігі ретінде табиғат ғылымдарының мазмұнын құрайтын сандық және сапалық заңдылықтарды тұжырымдау мен түсінуге негізделгені айтылған.

Сонымен қатар, мақалада дифференциалдық теңдеулер теориясының екінші ерекшелігі оның математиканың функционалдық талдау, алгебра және ықтималдылық теориясы сияқты басқа салаларымен байланысына тоқталған.

Қарастырылып отырған мақаланың мақсаты - дифференциалдық теңдеулер теориясының заманауи мәселелерін анықтауға және сәйкес есептер жүйесін құруға бағытталған.

Негізгі сөздер: дифференциалдық теңдеу, математикалық модель, қосымша, қарапайым дифференциалдық теңдеу, дербес туындылы дифференциалдық теңдеу.

Кіріспе. Дифференциалдық теңдеулер теориясы − қазіргі заманғы математиканың ең үлкен салаларының бірі. Оның заманауи математика ғылымындағы орнын сипаттау үшін, ең алдымен, математиканың екі кең саласы: қарапайым дифференциалдық теңдеулер теориясы және дербес дифференциалдық теңдеулер теориясынан тұратын дифференциалдық теңдеулер теориясының негізгі ерекшеліктерін атап өту қажет [1].

Бірінші ерекшелік − қосымшалармен тікелей байланысы. Көптеген заңдарды дифференциалдық теңдеулер түрінде көрсетуге болады. Бұл үздіксіз механиканың әртүрлі құбылыстарының модельдері: химиялық реакциялар, электрлік және магниттік құбылыстар және т.б..

Алынған дифференциалдық теңдеулерді ереже бойынша, бастапқы және шекаралық шарттар түрінде орнатылатын қосымша шарттармен бірге зерттей отырып, математик болып жатқан құбылыс туралы ақпарат алады. Кейде ол оның өткені мен болашағы туралы біле алады. Математикалық модельді математикалық әдістермен зерттеу физикалық құбылыстардың сапалық сипаттамаларын алуға және нақты процестің барысын берілген дәлдікпен есептеуге мүмкіндік беріп қана қоймайды, сонымен қатар физикалық құбылыстардың мәніне енуге, кейде жаңа физикалық әсерлерді болжауға мүмкіндік береді [2-5].

Математикалық модельді дифференциалдық теңдеулер түрінде құрастыру үшін, ереже бойынша, тек жергілікті байланыстарды білу керек және тұтастай алғанда физикалық құбылыс туралы ақпарат қажет емес. Математикалық модель құбылысты тұтас зерттеуге, оның дамуын болжауға және уақыт ішінде болатын өзгерістерге сандық бағалау жасауға мүмкіндік береді. Қарапайым дифференциалдық теңдеулер теориясы дифференциалды және интегралды есептеудің пайда болуымен бірге дами бастады. Механиканың қажеттіліктері үшін дифференциалдық теңдеулерді шешу, яғни қозғалыстардың траекториясын табу жаңа есептеу құруына түрткі болды деп айта аламыз. Физикалық және математикалық арасындағы органикалық байланыс флюксий әдісінде айқын көрінді.

Жаңа есептеу механика есептерінде қолданылды, сонымен бірге ұзақ уақыт бойы шешімге көнбеген мәселелерді, фактілерді алу және түсіндіру ғана емес, сонымен қатар жаңа ашылулар жасау мүмкін болды (мысалы, 1846 жылы Нептун планетасында Леверьенің ашылуы дифференциалдық теңдеулерді талдау негізінде ашылды).

Қарастырылып отырған мақаланың мақсаты - дифференциалдық теңдеулер теориясының заманауи мәселелерін анықтауға және сәйкес есептер жүйесін құруға бағытталған.

Негізгі бөлім. Қарапайым дифференциалдық теңдеулер шешімінің тұрақтылығы деп есептің қосымша мәліметтеріндегі және теңдеудің өзін анықтайтын функцияларындағы аздаған өзгерістермен түсіндіріледі. Ішінара дифференциалдық теңдеулер кейінірек зерттеле бастады. Математикалық физиканың негізгі теңдеулері деп аталатын дербес дифференциалдық теңдеулерді зерттеуге алып келетін, бөлшектік дифференциалдық теңдеулер теориясы нақты физикалық есептер негізінде пайда болғанын ерекше атап өткен жөн.

Нақты физикалық есептердің математикалық модельдерін зерттеу XVIII ғасырдың ортасында пайда болды. Жаңа талдау саласы физикалық құбылыстардың математикалық модельдері туралы ғылым математикалық физиканың теңдеулерін құруға алып келді. Бұл ғылымның негізін Д'Аламбер (1717 - 1783), Эйлер (1707 - 1783), Бернулли (1700 - 1782), Лагранж (1736 - 1813), Лаплас (1749 - 1827), Пуассон (1781 - 1840), Фурье (1768 - 1830) және басқа ғалымдар қалады. Бір қызығы, олардың көпшілігі тек математиктер ғана емес, астрономдар, механиктер, физиктер болды. Математикалық физиканың нақты мәселелерін зерттеу кезінде олар жасаған идеялар мен әдістер XIX ғасырдың аяғында дифференциалдық теңдеулердің жалпы теориясының дамуына негіз болған дифференциалдық теңдеулердің кең кластарын зерттеуге жарамды болып шықты.

Қазіргі кезде дифференциалдық теңдеулер теориясының дамуында заманауи электрондық есептеуіш машиналарын қолдану маңызды рөл атқарады. Дифференциалдық теңдеулерді зерттеу көбінесе олардың шешімдерінің белгілі бір қасиеттерін анықтау үшін есептеу экспериментін жүргізу мүмкіндігін жеңілдетеді, содан кейін теориялық зерттеулерге негіз бола алады. Есептеу эксперименті физикадағы теориялық зерттеулердің қуатты құралына айналды. Ол физикалық құбылыстың математикалық моделі бойынша жүзеге асырылады, бірақ сонымен бірге модель параметрлерінің біреуінің көмегімен басқа параметрлер есептеледі және зерттелетін физикалық құбылыстың қасиеттері туралы қорытынды жасалады. Есептеу экспериментінің мақсаты - қажетті дәлдікпен, компьютердің ең қысқа уақытында зерттелетін физикалық құбылыстың адекватты сандық сипаттамасын құру. Мұндай эксперимент көбінесе дербес дифференциалдық теңдеулер жүйесінің сандық шешіміне негізделген.

Дифференциалдық теңдеулер теориясының жаңа мәселелерінің қайнар көзі болып табылатын жаратылыстану ғылымы, көбінесе олардың зерттеу бағытын анықтайды, осы зерттеуге дұрыс бағдар береді. Физика және басқа жаратылыстану ғылымдары дифференциалдық теңдеулер теориясын есептермен қамтамасыз етеді. Дифференциялдық теңдеулер физикалық есептерден қол үзіп дами алмайды. Сонымен қатар математиканың есептері өз кезегінде тереңірек зерттеу нәтижесінде нақты физикалық есептерде қолданыла бастайды. Мысал ретінде аралас типті теңдеулер үшін Трикоми есебінің шешімін келтіруге болады. Ол шешімнен ширек ғасыр уақыт өткеннен кейін дыбыстан да жоғары газ ағынын зерттеуде заманауи газ динамикасы есептерінде қолданылды [6].

Ф.Клейн өзінің «XIX ғасырдағы математиканың дамуы туралы дәрістер» атты кітабында «математика физикалық ойлаудың ізімен жүрді және керісінше физика тарапынан ең күшті импульстар алды» деген болатын.

Сонымен, дифференциалдық теңдеулер теорияның бірінші ерекшелігі оның қосымшалармен тығыз байланысы. Басқаша айтқанда, дифференциалдық теңдеулер теориясы қосымшалардан пайда болды деп айтуға болады. Бұл бөлімде дифференциалдық теңдеулер теория бірінші кезекте математика жаратылыстану ғылымының ажырамас бөлігі ретінде табиғат ғылымдарының мазмұнын құрайтын сандық және сапалық заңдылықтарды тұжырымдау мен түсінуге негізделген.

Соңғы жылдары дамыған шексіз дифференциалданатын коэффициенттері бар дербес туындылы сызықтық теңдеулерде қарапайым мағынада ғана емес, бірде-бір шешім болмауы мүмкін, бірақ жалпыланған функциялар сыныптарында да, гиперфункциялар сыныптарында да, олар үшін мазмұндық теория болуы мүмкін емес (Математикалық талдаудың негізгі тұжырымдамасы – функция ұғымы, жалпыланған функциялар теориясы біздің ғасырдың ортасында С. Л. Соболев және Л. Шварц еңбектері арқылы құрылды). Физика және басқа да жаратылыстану ғылымдарының міндеттері дифференциалдық теңдеулер теориясын мазмұны бай теориясымен қамтамасыз ету. Алайда, математикалық зерттеу математика аясында туылған, кейін айтарлықтай уақыт өткен соң оларды терең зерттеу нәтижесінде нақты физикалық есептерде қосымшасын табады [7].

Дифференциалдық теңдеулер теориясының екінші ерекшелігі оның математиканың функционалдық талдау, алгебра және ықтималдылық теориясы сияқты басқа салаларымен байланысы. Дифференциалдық теңдеулер теориясы және әсіресе дербес дифференциалдық теңдеулер теориясы осы математиканың негізгі ұғымдарын, идеялары мен әдістерін кеңінен пайдаланады және сонымен қатар олардың мәселелері мен зерттеу сипатына әсер етеді. Кейбір математиканың маңызды бөлімдері дифференциалдық теңдеулер теориясының есептерімен өмірге келді.

Математиканың басқа салаларымен өзара әрекеттесуге классикалық мысал, XVIII ғасырдың ортасында сымның тербелісін зерттеу болып табылады.

Қарапайым дифференциалдық теңдеулер теориясының алғашқы даму кезеңінде белгілі функциялардың интегралдары арқылы табу шешілді (мұны Эйлер, Риккати, Лагранж, Д'Альмберт және т.б. жасады). Дифференциалдық теңдеулерді тұрақты коэффициенттермен интегралдау мәселелері сызықтық алгебраның дамуына үлкен әсер етті. 1841 жылы Лиувилл Риккати теңдеуін көрсетті:

$$y' + a(x)y + b(x)y^2 = c(x)$$

Дифференциалдық теңдеулердің сапалы теориясының негізін әйгілі француз математигі Пуанкаренің еңбектерінде қаланды. Пуанкаренің қарапайым дифференциалдық теңдеулер туралы зерттеулері оны заманауи топологияның негіздерін құруға итермеледі. Бір жағынан топология, алгебра, функционалдық талдау, функциялар теориясы және басқа математиканың жаңа маңызды жетістіктері дереу дифференциалдық теңдеулер теориясының алға басуына әкеледі және осылайша қолдану жолдарын табады. Екінші жағынан, дифференциалдық теңдеулер тілінде тұжырымдалған физика есептері математикада жаңа бағыттар тудырады, математикалық аппараттарды жетілдіру қажеттілігіне әкеледі, дамудың ішкі заңдылықтары, өзіндік есептері бар жаңа математикалық теориялар туындайды. Мысалы, ежелгі гректер планеталар өз осімен қозғалатыны анықталғанға дейін конустық кесінділерді зерттегенін еске түсірейік. Шынында да, Кеплер аспан денелерінің қозғалысы туралы теориясына дейін ежелгі гректер құрған конустық қималар теориясы екі мың жылға жуық уақыт бойы өз қолданысын таба алмады. Кеплер теориясының негізінде Ньютон барлық физика мен техниканың негізі болып табылатын механиканы жасады. Қазіргі уақытқа оралсақ, атом энергиясын игеру, ғарыштық ұшулар сияқты маңызды ғылыми-техникалық мәселелер Кеңес Одағында да ойдағыдай шешілгенін, біздің елде математика дамуының жоғары теориялық деңгейінің арқасында болғандығын атап өтеміз. Сонымен, дифференциалдық теңдеулер теориясында математиканың негізгі даму сызығы айқындалған [8].

Дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер теориясы функциялдық талдау теориясына тереңірек ене бастады. Кейбір функционалдық кеңістіктек элементі сияқты жалпыланған шешім түсінігі енгізілді. Жалпыланған шешім идеясы С. Л. Соболевтің жұмыстарында жүйелі түрде жүргізілді.

XX ғасырдың 30-жылдары Соболевтің дифференциалдық теңдеулерді зерттеуіне байланысты қазіргі математика мен физикада маңызды роль алатын жалпыланған функциялар теориясы құрылды. С.Л. Соболев қазіргі кезде Соболев кеңістігі деп аталатын функциональды кеңістік теориясын құрды.

Қазіргі дифференциалдық теңдеулер теориясына орыс математиктері Н. Н. Боголюбов, А. Н. Колмогоров, И. Г. Петровский, Л.С. Понтрягин, С.Л. Соболев, А.Н. Тихонов және басқалар үлес қосты [9].

Қазіргі уақытта дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер теориясы бай әрі өте кең таралған теория болып саналады. Фурье интегралдық операторларының көмегімен дифференциалдық теңдеулер шешімдерінің ерекшеліктерін тарату мәселесі зерттелді. Бұл Гюйгенстің классикалық шығармаларынан басталды.

Математиканың басқа салаларынан идеялар мен құралдарды тартудың қызықты мысалы Кортевег-де Фриз теңдеуі үшін Коши есебінің шешімі. Алынған әдіс негізінде интегралданатын сызықтық емес теңдеулер мен жүйелердің жаңа кластары табылды. Бұл жағдайда алгебралық геометрия әдістерін қолдану маңызды рөл атқарды, бұл өрістің кванттық теориясында маңызды рөл атқаратын Ян-Миллс теңдеулерін біріктіруге мүмкіндік берді.

Механика, физика ғылымдарының кейбір құбылыстары дифференциалдық теңдеулерге байланысты. Егер де қандай да бір құбылыс берілген бастапқы шарттармен дифференциалдық теңдеулер жүйелері арқылы сипатталса, онда бастапқы шартардың кішкене өзгеруі шешімге қалай әсерін тигізетіндігі туралы сұрақ туындайды. Соңғы бір жарым-екі онжылдықта қарапайым дифференциалдық теңдеулердің сапалық теориясының бет-бейнесі күрт өзгерді. Маңызды жетістіктердің бірі − бұл аттракторлар деп аталатын шектеулі режимдердің ашылуы.

Қазіргі уақытта математикалық ұғымдарды қосымшаларға қарқынды енгізу болып жатыр. Мысалы, ламинарлық ағынның турбулентті ағынға ауысуы кезінде пайда болатын құбылыстар Рейнольдс санының артуы аттрактормен сипатталады. Аттракторларды оқып-үйрену дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін де қабылданды.

Қарапайым дифференциалдық теңдеулер теориясының тағы бір маңызды жетістігі − жүйелердің құрылымдық тұрақтылығын зерттеу болды. Кез-келген математикалық модельді қолданған кезде математикалық нәтижелерді шындыққа қолданудың дұрыстығы туралы сұрақ туындайды. Егер нәтиже модельдегі ең аз өзгеріске өте сезімтал болса, онда модельдегі кез-келген кішігірім өзгерістер мүлдем басқа қасиеттерге ие модельге әкеледі. Мұндай нәтижелерді зерттелетін нақты процеске тарату мүмкін емес, өйткені модельдеу кезінде кейбір идеализация әрқашан жүзеге асырылады және параметрлер шамамен ғана анықталады [10].

Қорытынды. Математиканың негізгі арнасы, үлкен Өзен сияқты, ең алдымен кішкентай ағындармен қоректенеді. Үлкен ашылулар, зерттеу фронтының серпілісі көбінесе көптеген зерттеушілердің қажырлы еңбегімен қамтамасыз етіледі және құралады. Жоғарыда айтылғандардың бәрі тек бүкіл математикаға ғана емес, сонымен бірге оның ең кең бөлімдерінің бірі – дифференциалдық теңдеулер теориясына қатысты, ол қазіргі уақытта қолдануға өте пайдалы және математиканың барлық басқа бөлімдерінде теориялық зерттеулерді ынталандыратын фактілер, идеялар мен әдістердің көрінетін жиынтығы болып табылады.

Дифференциалдық теңдеулер теориясының көптеген салаларының өскені соншалық, олар дербес ғылымға айналды. Математикалық теориялар мен жаратылыстану ғылымдарының қосымшаларын байланыстыратын жолдардың көпшілігі дифференциалдық теңдеулер арқылы жасалады деп айта аламыз. Сонымен, дифференциалдық теңдеулер теориясы қазіргі уақытта математиканың басқа салаларымен және оның қосымшаларымен тығыз байланысты, тез дамып келе жатқан математика саласы болып табылады.

ӘДЕБИЕТТЕР

[1] Олейник О.А. Роль теории дифференциальных уравнений в современной математике и ее приложениях // Соросовский образовательный журнал. -1996. -Т.4. -С.46- 52

[2] Мақсұт Б. Бірінші ретті жай дифференциалдық теңдеулерді параметрлеу әдісімен шешу // Taraz Regional University n.a. Kh.Dulati («Ақпараттық-коммуникативтік технологиялар» орталығы), -2020.

[3] Жегалов, В.И. Дополнение к случаям разрешимости задачи Гурса в квадратурах // Дифференциальные уравнения. - 2017. -Т. 53.- №2. - С. 270-273.

[4] Ысмагул, Р.С. Решение одной счётной системы эволюционных уравнений методом укорочения // Многопрофильный научный журнал "3і - интелект, идея, инновация" КГУ имени А.Байтурсынова, - 2014.-Т.1.- С.93-99

[5] Полянин, А.Д. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.- учеб.пособие 2-ое изд.-М.:Юрайт, 2017. - 147 с.

[6] Агафонов С. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения - М.: Academia, 2018. - 352 с.

[7] Аксенов, А.П. Дифференциальные уравнения в 2 т: Учебник и практикум для академического бакалавриата. -М: Юрайт, 2016. - 600 с.

[8] Алексеев, Д.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Вводный курс с иллюстрациями в Microsoft Excel. - М.: Ленанд, 2019. - 160 с.

[9] Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения: Учебник и практикум для академического бакалавриата - М: Юрайт, 2015. - 435 с.

[10] Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения. - М.: Издательство ЛКИ, 2019. - 312 с.

REFERENCES

[1] Oleynik O.A. Rol' teorii differentsial'nykh uravneniy v sovremennoy matematike i yeye prilozheniyakh // Sorosovskiy uchebnyy zhurnal. -1996. -T.4. -S.46- 52

[2] Maksut B. Resheniye prostykh differentsial'nykh uravneniy pervogo poryadka metodom parametrizatsii // Tarazskiy oblastnoy universitet im. KH. Dulati (Tsentr informatsionnykh i kommunikatsionnykh tekhnologiy), -2020.

[3] Zhegalov V.I. Dopolneniye k sluchayu kvadratichnoy razreshayushchey sposobnosti Gursy // Differentsial'nyye uravneniya. - 2017. -T. 53.- №2. - S. 270-273.

[4] Ismagul' R.S. Resheniye yedinoy uchetnoy sistemy evolyutsionnykh uravneniy metodom sokrashcheniya // Mnogoprofil'nyy nauchnyy zhurnal «3i - intellekt, ideya, innovatsiya» KGU im. A. Baytursynova, - 2014.-Tom 1.- S.93- 99

[5] Polyanin, A. Differentsial'nyye uravneniya s chastnym proizvodstvom pervogo poryadka. - Uchebnoye posobiye 2-ye izd. -M .: Yurayt, 2017. - 147 s.

[6] Agafonov S. A. Obyknovennyye differentsial'nyye uravneniya - M .: Academia, 2018. - 352 s.

[7] Aksenov, A. Differentsial'nyye uravneniya v 2-kh tomakh: Uchebnik i praktikum dlya akademicheskogo bakalavriata. -M: Yurayt, 2016. - 600 s.

[8] Alekseyev, D.V. Obshchiye differentsial'nyye uravneniya: vvodnyy kurs s illyustratsiyami v Microsoft Excel. - M .: Lenand, 2019. - 160 s.

[9] Muratova T.V. Differentsial'nyye uravneniya: Uchebnik i praktikum dlya akademicheskogo bakalavriata - M .: Yurayt, 2015. - 435 s.

[10] El'sgol'ts, L. Differentsial'nyye uravneniya. - M .: Izdatel'stvo LKI, 2019. - 312 s.

А.Х.Ануарбекова*, Р.С.Ысмагул
Костанайский региональный университет им.А.Байтурсынова, Костанай, Казахстан
*e-mail: aikostanay@mail.ru

РОЛЬ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКЕ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Аннотация. В статье рассказывается о роли теории дифференциальных уравнений в современной математике и ее приложении. Для описания его места в современной математической науке, прежде всего, выделены основные черты теории дифференциальных уравнений, состоящей из двух широких областей математики: теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории частных производных дифференциальных уравнений. Первой особенностью этой теории является ее тесная связь с приложениями.

Отмечается, что теория дифференциальных уравнений, в первую очередь, базируется на формулировании и понимании количественных и качественных закономерностей, составляющих содержание наук о природе как составной части естествознания.

В статье также подчеркивается вторая особенность теории дифференциальных уравнений, ее связь с другими областями математики, такими как функциональный анализ, алгебра и теория вероятностей. Целью рассматриваемой статьи является выявление современных проблем теории дифференциальных уравнений и построение системы соответствующих задач.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, математическая модель, приложение, обыкновенное дифференциальное уравнение, уравнение в частных производных.

A.Kh.Anuarbekova*, R.S.Ysmagul
Kostanay region University named after A.Baytursynova, Kostanay, Kazakhstan
*e-mail: aikostanay@mail.ru

THE ROLE OF THE THEORY DIFFERENTIAL EQUATIONS IN MODERN MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS

Abstract. The article describes the role of the theory of differential equations in modern mathematics and its application. To describe its place in modern mathematical science, first of all, the main features of the theory of differential equations, consisting of two broad areas of mathematics: the theory of ordinary differential equations and the theory of partial differential equations, are highlighted. The first feature of this theory is its close connection with applications.

It is noted that the theory of differential equations is primarily based on the formulation and understanding of quantitative and qualitative laws that make up the content of the natural sciences as an integral part of natural science.

The article also emphasizes the second feature of the theory of differential equations, its connection with other areas of mathematics, such as functional analysis, algebra and probability theory.

The purpose of this article is to identify modern problems in the theory of differential equations and to construct a system of corresponding problems.

Key words: differential equations, mathematical model, applications, ordinary differential equations, partial differential equation.